FEIRAS, CONFERÊNCIAS, EXPOSIÇÕES E CURSOS NO MUNDO

OBJECTIVO E PROGRAMA	LOCAL, DATAS, ORGANIZAÇÃO, INFORMAÇÕES
Introdução à Electrónica Actual	Lisboa, 21-23 Junho-71 COPRAI
Introdução à Análise de Sistemas	Lisboa, 21-23 Junho-71 INII
5th Symposium on Temperature Measuremente and Control in Science and Industry	Washington, D.C., 21-25 Junho-71 Instrument Society of America, 530 William Penn Place, Pittsburg, Pa. 15 219, E.U.A.
Preparação de Promotores de Formação na Empresa Programa: O Contexto A Política de Formação O Plano de Formação A Organização da Formação A Avaliação dos Resultados	Lisboa, 21-25 Junho-71 INII
2nd International Power Transmission Engineering Exhibition Equipamento de Transmissão de Potência	London, 21-25 Junho-71 Engineers'Digest Limited, 120 Wigmore St. London, W1h OAS, Inglaterra
OCCA 23 — Material e Equipamento Usado nas Indústrias Gráficas de Pintura e Análogas	London, 21-25 Junho-71 Oil And Colour Chemists' Association Wax Chandlers' Hall, Gresham St., London Ec2, Inglaterra
EMBAX — Exposição Internacional de Técnica de Embalagem	Brno (Checoslováquia), 21-25 Junho-71
Organização e Simplificação do Trabalho Administrativo	Lisboa, 21-26 Junho-71 INII
Les Ponts Métalliques Modernes (Do Ciclo do ITBTP)	Paris, 22 Junho-71 9, Rue la Pérouse, Paris 16ème
International Conference on Chemical Transformations of Polymers — Reactivity and Structure of Radicals in Polymer Systems — Modification of Polymers by Transformation Reactions — Degradation and Stabilization of Polymers	Bratislava-Checoslovaquia, 22-24 Junho 1971 Polymer Institute of the Slovak Academy of Sciences, Dúbravská Cesta, Bratislava, Checoslovaquia
V Congresso do CIB Temas: Conhecimento dos Dados Naturais e das Exigências dos Utilizadores Contributos das Ciências Aplicadas à Construção «Ferramentas» Práticas de Aplicação da Investigação Tecnologia dos Diversos Ramos da Construção	Versailles, 23-30 Junho-71 M. G. Hierholtz Centre Scientifique et Technique du Bâtiment (STB) 4, Av. du Recteur Poincaré, 75-Paris 16, França

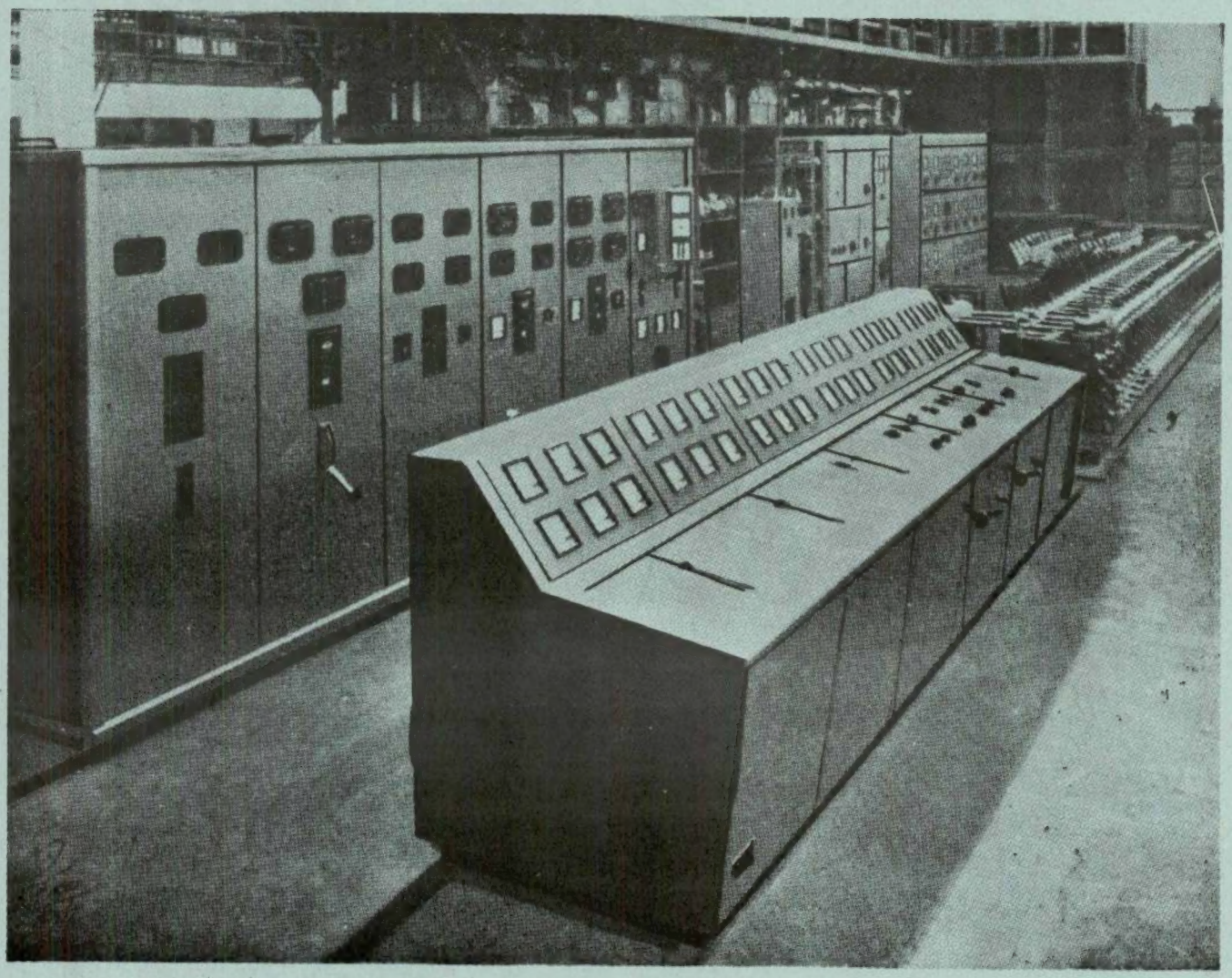
JAYME DA COSTA, L^DA

MECÂNICA E ELECTRICIDADE EM TODAS AS APLICAÇÕES

PORTO
Praça da Batalha, 12
Telef. 2 28 12 (PPC)

LISBOA
Rua dos Correeiros, 14
Telef. 32 70 35 (PPC)

LUANDA
Cx. Postal 5174
Telef. 4743

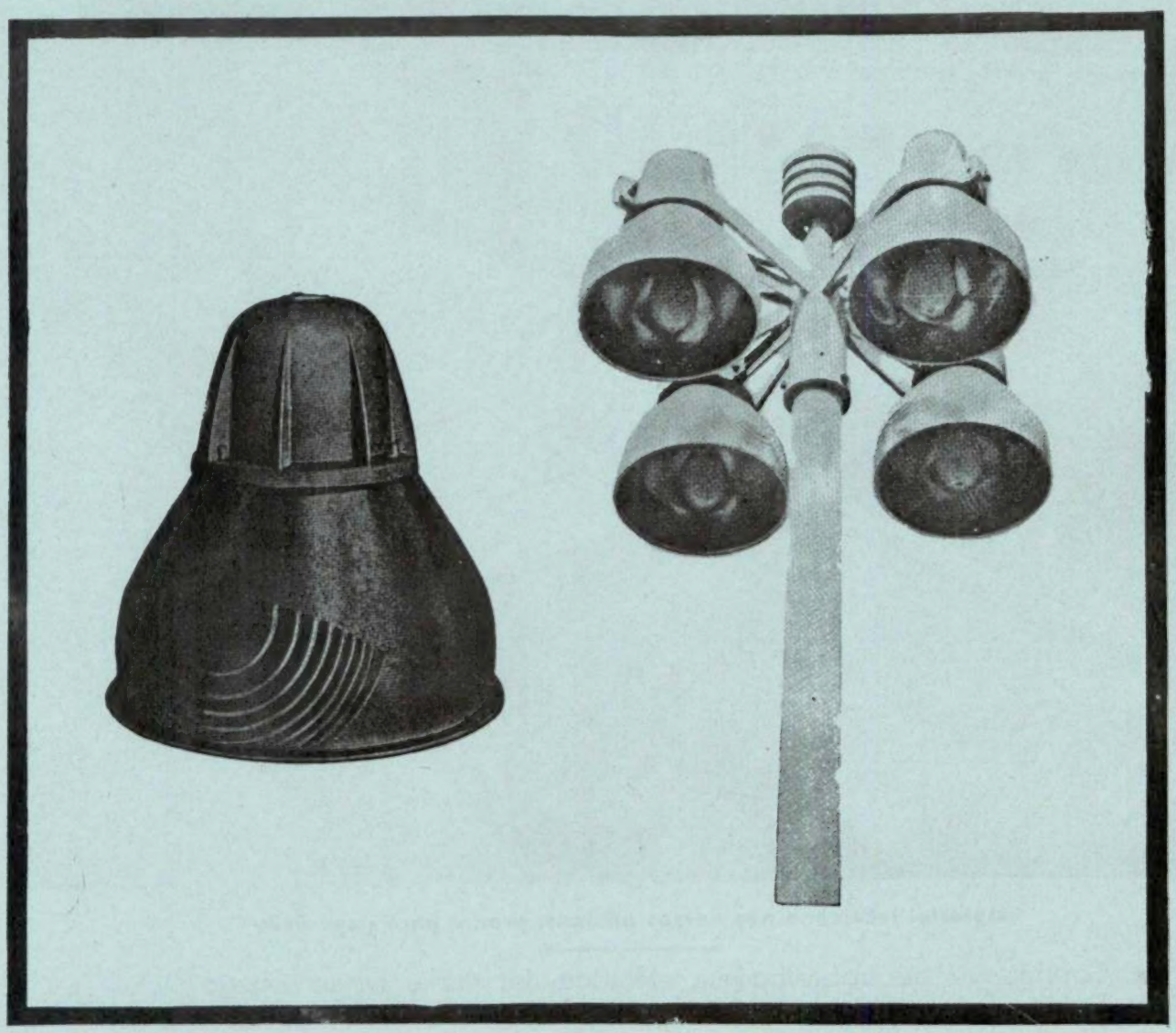


Material fabricado nas nossas oficinas, pronto para expedição

- Fabricação de aparelhagem eléctrica de alta e baixa tensão
- Equipamentos electromecânicos completos para centrais e fábricas
- Postos de transformação tipo monobloco
- Quadros blindados, capsulados e em armário
- Armaduras de iluminação de todos os tipos
- Contadores eléctricos e instrumentos de medida
- Telemedida e telecomando
- Instalações elevatórias de água
- Instalações de saneamento e esgotos
- Ferramentas de corte
- Motores Diesel industriais e marítimos
- Fogões eléctricos
- Frigoríficos
- Ventilação e condicionamento de ar
- Aparelhagem de Raios X e electromedicina

ARMADURA DE ILUMINAÇÃO

TIPO **PQ**



Montagem decorativa.

Elevado rendimento luminoso.

Ausência de cuidados de manutenção graças à construção integral em alumínio preparado para resistir à corrosão.

Acesso sem ferramenta a todos os órgãos.

CONSTRUÇÕES ELÉCTRICAS SCHRÉDER, LDA.

P. JOSÉ FONTANA, 25 - LISBOA 1 - Telef. 56 10 01

C. D. U. 624.131.439 : 539.501
624.131.438

INFLUÊNCIA DAS TENSÕES NEUTRAS NEGATIVAS NAS CARACTERÍSTICAS ESTRUTURAIS DOS SOLOS COMPACTADOS

por EMANUEL MARANHA DAS NEVES
Engenheiro Civil, LNEC
Especialista em Geotecnia

Conclusão)

As curvas representadas nas figuras 4.3 e 4.4 traduzem as variações da componente distorcional do estado de tensão efectiva ($\overline{\sigma}'_1$), da tensão

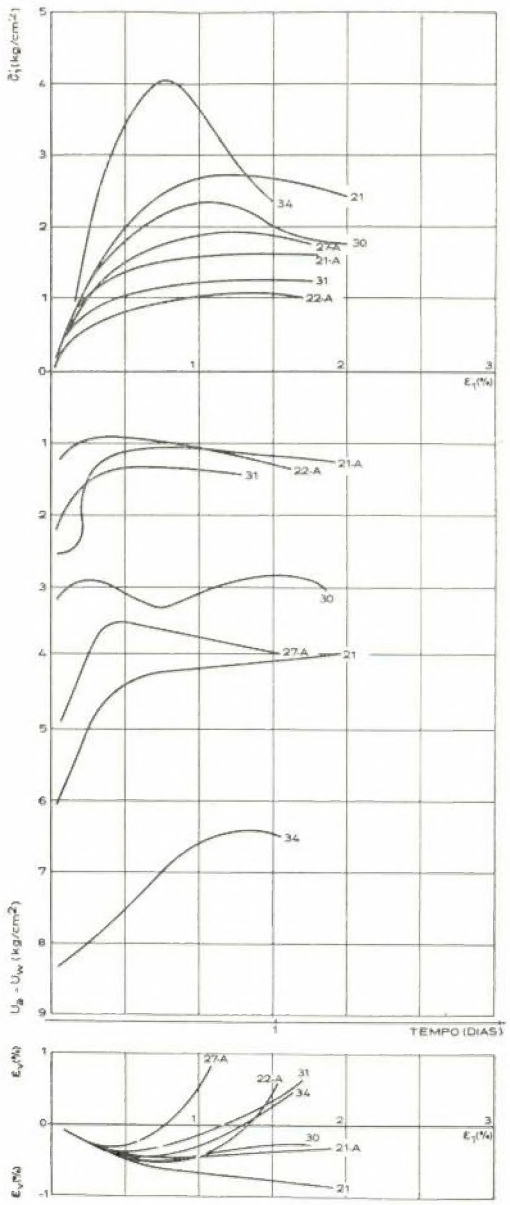


Fig. 4.3 — Compressão axial de amostras não saturadas (1.ª série)

neutra na fase líquida ($u_a - u_w$) e da deformação volumétrica relativa (ε_v), em função da extensão axial (ε_1).

O comportamento geral na 1.ª série caracteriza-se inicialmente por uma diminuição em valor absoluto das pressões neutras na fase líquida, facto que se conjuga bem com a diminuição do índice de vazios registada. A resposta negativamente dilatante nesta fase inicial é a esperada dum ensaio drenado, dado o efeito da elevada taxa de aumento de $\overline{\sigma}_1$ na tensão média. Mas, à medida que se processou a deformação axial, verificou-se uma inversão no sentido da variação das deformações volumétricas. Na realidade a dimiminuição inicial e em valor absoluto das pressões neutras negativas repercutiu-se na pressão média efectiva, fenómeno que, associado a uma tensão distorcional crescente, determinou aumento do índice de vazios.

Quanto aos resultados dos ensaios da segunda série (figura 4.4), verifica-se que, quando comparados com os da primeira série, apresentam as seguintes diferenças:

a) Os valores máximos de $\overline{\sigma}'_1$ registaram-se para maiores deformações axiais.

b) As tensões neutras sofreram variações de maior amplitude. Mantendo-se no campo negativo, a evolução deu-se sempre no sentido duma diminuição em valor absoluto e com um andamento do mesmo tipo para todas as amostras.

c) As inversões de sentido das variações volumétricas registaram-se para deformações axiais tanto maiores quanto maior o grau de saturação inicial.

d) Os valores máximos de $\overline{\sigma}'_1$, em função do grau de saturação inicial, obtidos para as duas séries, estão representados na figura 4.5. Comparando as duas curvas verifica-se que, para o mesmo grau de saturação inicial, a resistência ao corte é menor quando o ensaio se processou a velocidade de deformação maior.

Há assim indicações de que os ensaios da primeira série foram demasiado rápidos. Na realidade, como o tempo de repouso dos provetes não afectou de maneira sensível as pressões neutras negativas iniciais (figura 4.2) é de crer que para a primeira série as tensões neutras na zona de corte, embora negativas, tenham atingido menores valores absolutos que os registados. Os ensaios não foram suficientemente lentos para evitar diferenças acentuadas entre as pressões neutras instaladas na zona média da amostra e as lidas na base.

Analisados os resultados dos ensaios de compressão axial de amostras não saturadas conclui-se que:

1) A máxima resistência ao corte depende da velocidade de deformação, sendo, para velocidades mais lentas, menor essa resistência.

2) Nos ensaios com menor velocidade de deformação, a máxima resistência ao corte está associada a uma maior deformação.

3) A medição das tensões neutras é também dependente da velocidade de deformação. Como a relação tensão-deformação é influenciada pela tensão instalada na fase líquida, pode julgar-se da adequabilidade da velocidade adoptada analisando as variações volumétricas da amostra. Assim, se o índice de vazios mínimo coincidia com $\overline{\sigma}'_1$ máximo, a pressão neutra registada deve traduzir a pressão neutra equivalente realmente instalada. Os ensaios da segunda série obedecem sensìvelmente a esta condição.

4) Como é bem sabido, o comportamento, quanto a deformações volumétricas, dum solo normalmente consolidado e dum solo pré-consolidado em ensaio drenado, é o representado na figura 4.7. Analisando as deformações volumétricas dos ensaios realizados (figuras 4.3 e 4.4) verifica-se estar em presença de solos pré-consolidados. Como seria de esperar, o grau de pré-consolidação é uma função do grau de saturação inicial. Pretendeu-se pois verificar se esse efeito, presente no solo não saturado, se mantinha após a saturação, condicionando assim o comportamento do solo em termos de resistência ao corte.

4.2 — Efeitos de pré-consolidação, em solos compactados saturados, resultantes de tensões neutras negativas prèviamente instaladas na fase líquida

Com as amostras 32, 33 e 35 realizaram-se ensaios de corte em compressão triaxial do tipo consolidado não drenado. Para assegurar a saturação utilizou-se uma contrapressão de 8,0 kg/cm². Os resultados obtidos apresentam-se na figura 4.6 sendo $\varphi' = 33°$. Admitindo que, para um dado índice de vazios inicial, os valores de coesão (c') e ângulo de atrito (φ') são independentes do grau de saturação (Bishop, 1960) comparam-se, na situação de rotura, os resultados dos ensaios com solos saturados e não saturados da 1.ª série (figura 4.8), sendo que nestes últimos se admitiu que a rotura se processou aquando da inversão no sentido de variação das deformações volumétricas.

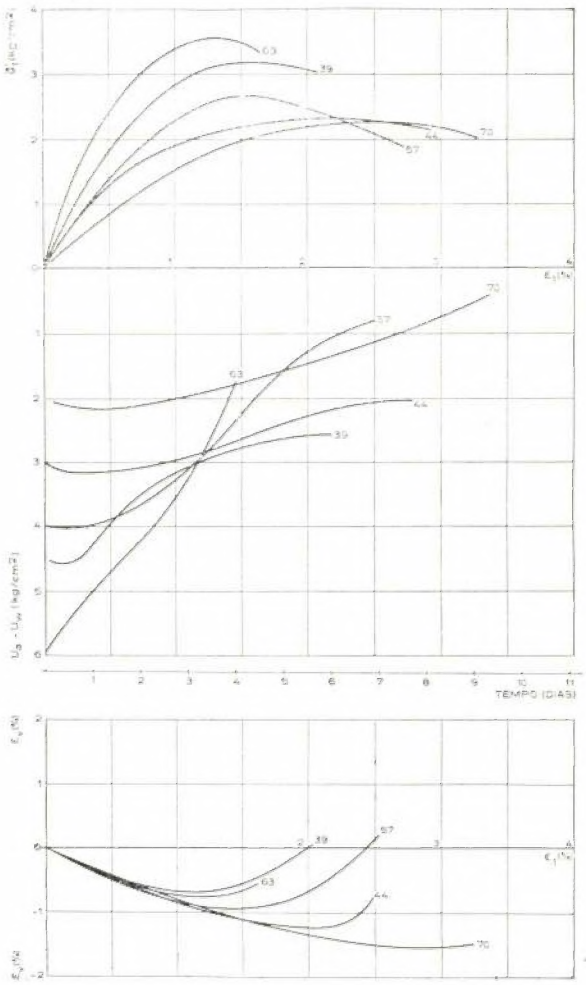


Fig. 4.4 — Compressão axial de amostras (não saturadas 2.ª série)

Obtiveram-se as curvas 1 e 2 respectivamente para as amostras não saturadas e saturadas. De acordo com os círculos de Mohr representados na figura, o designado por I traduz uma condição em que a razão $\bar{\sigma}_{1_I} / (u_a - u_w)_I$ tem um valor inferior à unidade. Mas, dado que a curva 1 intersecta o eixo das ordenadas, para uma amostra correspondente a círculo II o valor obtido para a relação $\bar{\sigma}_{3_{II}} / (u_a - u_w)_{II}$ é superior à unidade. Isto significa que a saturação, ao anular as tensões neutras negativas (portanto a correspondente tensão efectiva), não implica o total desaparecimento duma tensão efectiva residual. Por outras palavras, a curva 2 não deve passar na origem mas sim intersectar, com valor positivo, o eixo das ordenadas. Pode explicar-se este comportamento como sendo o efeito de pré-consolidação relacionado com as tensões neutras negativas prèviamente instaladas e dependente, em primeira aproximação, da ordem de grandeza e tempo de actuação dessas tensões.

Do ponto de vista prático pretende-se esclarecer a questão, ainda hoje controversa, de se considerar ou não uma «parcela coesiva» na resistência ao corte mobilizável, após saturação, em aterros argilosos compactados.

Com amostras da segunda série realizaram-se ensaios triaxiais em que, de acordo com os resultados dos ensaios anteriores, se utilizaram pressões

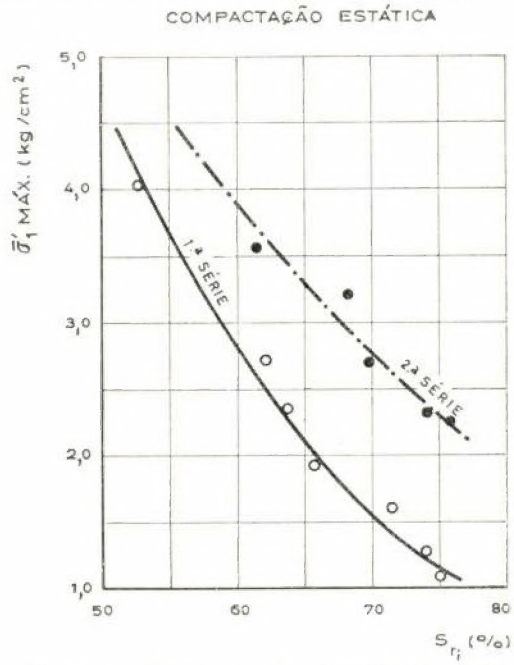


Fig. 4.5 — Amostras não saturadas. Variação de $\bar{\sigma}_1$ com o grau de saturação de fabrico

de confinamento substancialmente inferiores (Quadro 4.II). Também a saturação envolveu cuidados especiais, pois pretendendo-se graus de saturação entre 90 a 100 % ter-se-ia de recorrer a contrapressões elevadas. Foi o caso dos ensaios com as amostras da primeira série.

Mas se o emprego de contrapressão dessa ordem de grandeza não levanta problemas nos solos arenosos, podendo considerar-se, pelo menos dum ponto de vista prático, como não interferindo no estado de tensão efectiva instalado, outro tanto pode não suceder com os solos argilosos. É uma questão estreitamente vinculada à problemática que relaciona áreas de contacto com tensões efectivas, questão ainda carecida de investigação.

Como ao saturar se pretendeu fundamentalmente eliminar a interferência da tensão superficial nas tensões entre partículas, justifica-se em seguida como se pode obter o mesmo resultado sem forçar a saturação total.

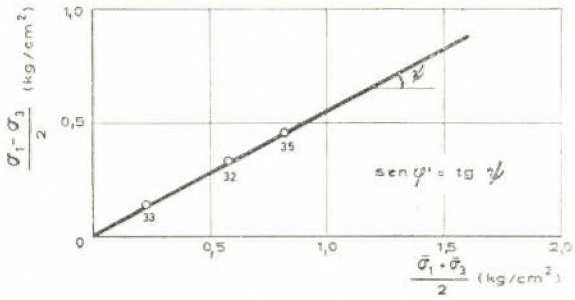


Fig. 4.6 — Ensaios triaxiais (consolidados, não drenados e saturados com uma contrapressão de 8,0 kg/cm²)

Na fig. 4.9 representa-se em esquema um plano ondulado contendo as áreas de contacto entre as partículas dum solo não saturado.

O estado de tensão dum elemento de solo pode definir-se a partir do tensor σ_{ij} e das presões neutras u_a e u_w. O tensor das tensões totais, σ_{ij} resulta da sobreposição dum tensor esférico, p, e dum distorsional $\bar{\sigma}'_{ij}$. Assim,

$$\sigma_{ij} = p\,\delta_{ij} + \bar{\sigma}'_{ij} \qquad (4.1)$$

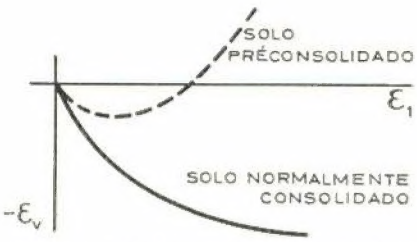


Fig. 4.7 — Deformações volumétricas nos ensaios

em que δ_{ij} é o símbolo de Kronecker. De acordo com o esquema da figura 4.9 pode estabelecer-se a equação de equilíbrio

$$\sigma_{ij} = \bar{\sigma}_{ij} + A_w\, u_w\, \delta_{ij} + A_a\, u_a\, \delta_{ij} - \delta_{ij} \int T\, dx \qquad (4.2)$$

em que

T = tensão superficial por unidade de comprimento dos meniscos

x = comprimento da intersecção da interface ar-água com o plano

$\bar{\sigma}_{ij}$ = tensão equivalente à transmitida pelos contactos sólidos

$$A_w = \sum a_w / a;\ A_a = \sum a_a / a;\quad a = a_a + a_w + a_s$$

$\int T\, dx$ = termo que diz respeito à força (por área unitária do plano) que é induzida pela tensão superficial da interface ar-água

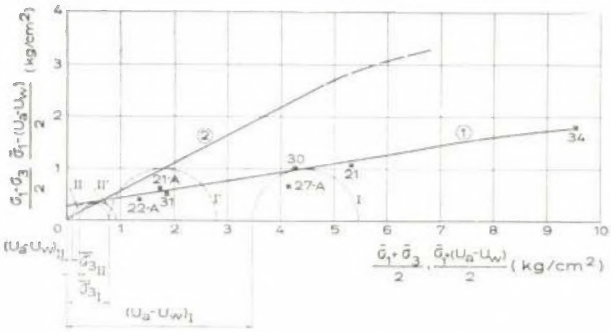


Fig. 4.8 — Ensaios de amostras saturadas e não saturadas (1.ª série)

Combinando as equações 4.1 e 4.2 e admitindo que A_s é desprezável relativamente a A_w e A_a (o que só não será aceitável para argilas com disposição lamelar das partículas), obtém-se

$$\bar{\sigma}_{ij} = \left[p - u_a + A_w\, (u_a - u_w) + \int T\, dx \right] \times \delta_{ij} + \bar{\sigma}'_{ij} \qquad (4.3)$$

Quando da aplicação de uma tensão hidrostática a tensão intergranular será

$$\bar{\sigma} = \sigma - u_a + A_w\, (u_a - u_w) + \int T\, dx \qquad (4.4)$$

sendo portanto função duma componente exterior $(\sigma - u_a)$ e de duas internas — $(u_a - u_w)$ e $\int T\, dx$. Existe pois uma diferença importante entre estas duas últimas componentes do estado de tensão. Enquanto $(u_a - u_w)$ actua uniformemente sobre toda a superfície molhada das partículas, as forças devidas à tensão superficial concentram-se nas pequenas áreas dos contactos sólidos. Então, uma variação na interface ar-água não só produziria uma alteração na tensão intergranular como poderia originar uma redistribuição na tensão entre partículas (Matyas e Radhakrishna, 1968). Assim, nas amostras ensaiadas procurou-se saturar até um grau a que correspondesse uma presença de ar sob a forma de bolhas esféricas o que, do ponto de vista em questão, é análogo à saturação total. Na realidade a tensão $\int T\, dx$ anula-se e da tensão $(u_a - u_w)$ mediu-se a parcela correspondente a u_w. A pressão u_a no interior das bolhas não é conhecida sendo que, para o presente caso, tal facto não apresenta inconvenientes.

As amostras foram inicialmente consolidadas a teor de humidade constante. Seguidamente foi facultado o acesso de água ao provete e, uma vez estabelecido equilíbrio, iniciou-se a aplicação lenta de contrapressão até atingir um grau de saturação de cerca de 96 %. A técnica deste ensaio já foi referida em 3, devendo destacar-se como principais objectivos os seguintes:

a) Conhecimento do grau de saturação em qualquer instante.

b) História de tensões análoga para os provetes dos vários grupos submetidos à mesma tensão de consolidação.

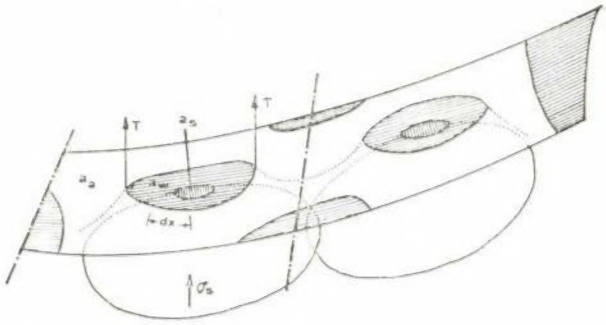


Fig. 4.9 — Modelo de um solo parcialmente saturado

Verificou-se que as contrapressões aplicadas não ultrapassaram 1,6 kg/cm², não estando portanto as amostras sujeitas a contrapressões muito elevadas, que seriam necessárias para obter a saturação completa e que, em última análise, teriam influência análoga à resultante do emprego de grandes pressões de consolidação.

A via mais directa para verificar os efeitos da pré-consolidação consistiria na análise das envolventes, na rotura, para cada grupo de amostras. Como a diferença entre os grupos (Quadro 4.II) é o teor de humidade de fabrico, procura-se

assim relacionar esses graus de saturação iniciais com resistências ao corte exibidas pelas amostras após saturação.

No entanto, como é bem sabido, nos ensaios triaxiais consolidados não drenados a tensão de confinamento constante os solos normalmente consolidados tendem a passar a pré-consolidados. Este efeito será tanto mais importante quanto maior o aumento da tensão neutra vinculado à aplicação do tensor distorcional.

Para contornar a dificuldade originada pela sobreposição nos resultados dos efeitos da pré-consolidação devida às tensões neutras negativas e da pré-consolidação possìvelmente induzida durante o ensaio, recorreu-se às relações matemáticas que existem entre a envolvente de resistência ao corte e a função

$$\bar{\sigma}_1/\bar{\sigma}_3 = f(R_p) \qquad (4.5)$$

(Barron, 1960) em que R_p (Hirschfeld, 1958) é igual ao quociente entre a tensão de consolidação σ_c e a tensão efectiva normal ao plano de rotura $\bar{\sigma}_n$ e se designa por razão de pré-consolidação.

Assim para $R_p = 1$ o valor de $f(R_p)$ é $f(1)$ e

$$\frac{f(1) - 1}{f(1) + 1} = \text{sen}\ \varphi' \qquad (4.6)$$

em que φ' representa a inclinação da envolvente relativa a ensaios consolidados drenados conduzidos sobre amostras do mesmo solo. Mas

$$\bar{\sigma}_n = \frac{\sigma_c}{R_p} = \frac{\bar{\sigma}_1 + \bar{\sigma}_3}{2} + \frac{\bar{\sigma}_1 - \bar{\sigma}_3}{2}\ \text{sen}\ \varphi' \qquad (4.7)$$

QUADRO 4.III

Amostras saturadas. Ensaios tipo consolidado-não drenado

GRUPO	AMOSTRA	$\sigma_3 = \sigma_c$ kg/cm²	$\bar{\sigma}_1/\bar{\sigma}_3$	$\bar{\sigma}_n$ kg/cm²	$\frac{\bar{\sigma}_1 - \bar{\sigma}_3}{2}$ kg/cm²	$\sigma_c/\bar{\sigma}_n$	Δu_{ROT} kg/cm²
1	58A	0,600	4,00	0,438	0,370	1,36	0,355
	59	0,580	4,25	0,485	0,325	1,20	0,265
	60	0,200	4,90	0,125	0,115	1,60	0,135
	61	0,300	5,70	0,185	0,200	1,62	0,220
	62	0,450	4,35	0,384	0,295	1,17	0,220
2	53	0,165	3,55	0,132	0,100	1,25	0,085
	54	0,300	4,15	0,200	0,175	1,50	0,185
	55	0,450	3,50	0,375	0,275	1,20	0,220
	56	0,600	3,80	0,465	0,365	1,29	0,330
3	49	0,400	5,00	0,186	0,240	2,15	0,290
	67	0,450	4,75	0,243	0,235	1,85	0,235
	68	0,600	4,40	0,335	0,270	1,77	0,270
	72	0,650	3,50	0,459	0,305	1,42	0,350

QUADRO 4.IV

Amostras saturadas. Ensaios tipo consolidado-drenado

AMOSTRA	PESO ESPECÍF. APARENTE SECO (COMPACTAÇÃO) δ_d (g/cm³)	TEOR DE HUMIDADE (COMPACTAÇÃO) W (%)	GRAU DE SAT. NO INÍCIO DO ENS. DE CORTE S_r (%)	TENSÃO DE CONSOLIDAÇÃO $\bar{\sigma}_3$ (kg/cm²)	VELOCIDADE DE DEFORMAÇÃO $\dot{\varepsilon}_1$ (mm/min)
78	1,557	19,18	100	1,0	0,00535
79	1,556	19,26	100	2,0	0,00535
80	1,559	18,88	100	3,0	0,00535

Combinando as equações 4.5 e 4.6 tem-se que

$$\bar{\sigma}_3 = \bar{\sigma}_n \left[\frac{f(1) + 1}{f(R_p) + f(1)}\right] \qquad (4.8)$$

e a tensão de corte, τ, no plano de corte

$$\tau = \bar{\sigma}_3 \left[\frac{f(R_p) - 1}{f(1) + 1}\right] \sqrt{f(1)} \qquad (4.9)$$

Substituindo o valor de $\bar{\sigma}_3$ dado pela equação 4.8 vem

$$\frac{\tau}{\bar{\sigma}_n} = \left[\frac{f(R_p) - 1}{f(1) + 1}\right] \sqrt{f(1)} \qquad (4.10)$$

obtendo-se assim o valor de $\tau/\bar{\sigma}_n$, no plano de rotura, em função de R_p.

No Quadro 4.III registaram-se os resultados dos ensaios das amostras dos três grupos e, como havia necessidade de conhecer o valor de φ', realizaram-se ensaios triaxiais do tipo consolidado-drenado com três amostras saturadas. No Quadro 4.IV e figura 4.10 representam-se os elementos de maior interesse relativamente àquelas amostras e respectivos ensaios. Com o valor de φ' assim obtido (28,5°) calculou-se o valor de $f(R_p)$ para $R_p = 1.0$ em 2,82.

Na figura 4.11 estão traçadas as curvas imagem da função $\bar{\sigma}_1/\bar{\sigma}_3 = f(R_p)$ para cada um dos grupos de amostras. Essas mesmas curvas foram transferidas para a figura 4.12 através da equação 4.10 e para uma pressão de consolidação igual à unidade. Como se pode verificar, as curvas situam-se acima da envolvente de resistência ao corte relativa a provetes normalmente consolidados e estão representadas em termos de tensões relativas pelo que, admitindo outro valor para a tensão de consolidação, resultariam curvas

que se sobrepunham às já existentes. Tal facto é evidente se se atender às expressões deduzidas, embora na prática essa coincidência possa não ser verificada, dada a diminuição de índice de vazios para valores crescentes da tensão de consolidação.

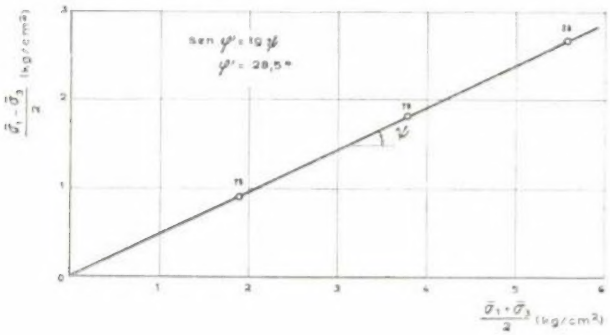


Fig. 4.10 — Amostras saturadas. Ensaios do tipo consolidado-drenado

Como já se referiu, todas as amostras foram fabricadas de molde a exibirem o mesmo peso específico e o mesmo tipo de estrutura e, durante os ensaios, procurou-se seguir idênticas trajectórias de tensões. A diferença entre os três grupos de amostras diz respeito ao teor de humidade de compactação (Quadro 4.II) sendo pois possível relacionar cada uma das envolventes obtidas com uma dada pressão neutra negativa inicial.

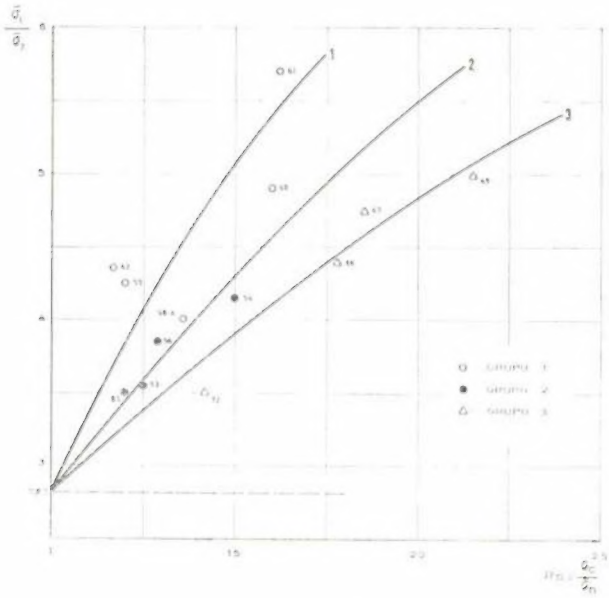


Fig. 4.11 — Relação entre $\bar{\sigma}_1 / \bar{\sigma}_3$ e R_p para os três grupos de amostras ensaiadas

Na figura 4.12 a parte das curvas representada a traço interrompido significa que não tem apoio experimental para valores de $\bar{\sigma}_n / \sigma_c$ inferiores a 0.5. No entanto, conhecido o andamento com base nos ensaios, parece legítimo admitir que os materiais têm uma resposta bem representada, do ponto de vista prático, pelas rectas a traço-ponto da figura 4.12. Qualquer destes segmentos, mantendo um ângulo φ' com o eixo das abcissas, divide aproximadamente em partes iguais a área compreendida entre a envolvente relativa ao grupo de amostras a que essa recta se refere.

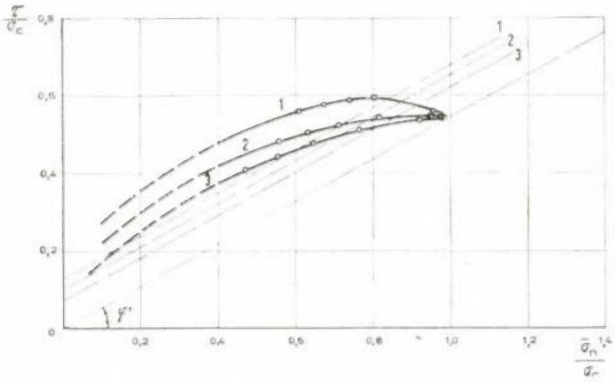


Fig. 4.12 — Envolventes de resistência em termos de tensões relativas

Trata-se portanto duma interpretação em termos de valores médios, ditada por razões de ordem prática e só aplicável quando as tensões normais efectivas no plano de rotura forem inferiores às tensões de pré-consolidação.

Com os resultados obtidos do estudo do efeito da pré-consolidação relacionou-se o grau de saturação inicial do solo compactado e coesão exibida após saturação. Na figura 4.13 apresenta-se a curva que traduz essa interdependência. As coesões estão expressas em percentagem da tensão de pré-consolidação e a análise da curva obtida indica que a coesão tende para um valor limite quando o grau de saturação inicial diminui. Esta verificação confirma os resultados de estudos experimentais até hoje efectuados e que visam o conhecimento da relação entre a tensão neutra negativa e a tensão efectiva dela resultante.

Quando o grau de saturação inicial ultrapassa 85 % verifica-se, para o solo em questão, que a coesão residual é nula. Na realidade a tais graus de saturação corresponde a formação de vazios de ar com configuração de bolhas esféricas. Assim,

os efeitos das tensões neutras da fase líquida sobre a estrutura sólida são pràticamente nulos, pelo que o solo não exibe coesão residual.

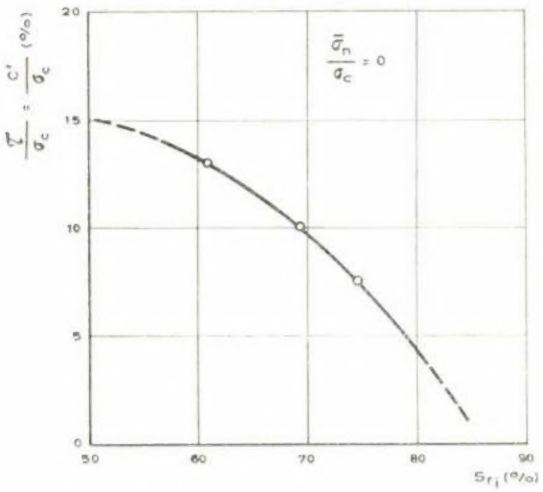


Fig. 4.13 — Relação entre o grau de saturação inicial e as coesões (em termos de tensões relativas) exibidas pelo solo saturado

5 — INTERPRETAÇÃO CONJUNTA DOS RESULTADOS

O estudo experimental efectuado abrange o solo quer no estado não saturado quer após a evolução para um estado saturado. Pretendeu-se caracterizar bem o material na situação inicial ou de fabrico, para poder determinar a influência no comportamento do mesmo material no estado final, ou seja, após saturação. As amostras foram preparadas de molde a exibirem o mesmo peso específico aparente seco, variando apenas o grau de saturação. Compactando estàticamente e para teores de humidade correspondentes ao lado seco, procurou-se minimizar a dispersão das características estruturais.

Para o solo ensaiado verificou-se que as tensões neutras negativas instaladas na fase líquida das amostras compactadas dependem fundamentalmente do grau de saturação.

A determinação das tensões neutras negativas iniciais foi realizada em duas séries de amostras submetidas a compactação estática. Na primeira efectuaram-se medições uma semana após a compactação; na segunda, o intervalo foi de duas semanas. Embora se tenha anotado uma pequena diferença nos resultados (figura 4.2), a dispersão com que estes são medidos não permite atribuir grande significado à informação colhida.

As duas série de amostras não saturadas foram submetidas a ensaios de compressão axial com medição de tensões neutras e de deformação volumétrica.

Verificou-se que quanto menor o grau de saturação maior a resistência dos provetes e menor a sua deformabilidade. Quanto à velocidade de deformação imposta, dado que a segunda série foi ensaiada a uma velocidade menor, verificou-se que, para o mesmo grau de saturação, as amostras submetidas a um ensaio mais lento exibiram maiores deformações e resistências. Deve no entanto salientar-se que a influência da velocidade de deformação vai sendo atenuada com a diminuição do grau de saturação.

Estes resultados experimentais evidenciam a importância da contribuição da tensão superficial no comportamento do solo não saturado. Como durante o ensaio os vazios de ar intercomunicam, a variação de pressão no ar não determina variações da tensão efectiva.

Esta, como já foi referido, é dada pela expressão

$$\sigma_{ij} = \left[\sigma_{ij} - u_a + A_w (u_a - u_w) + \int T\,dx \right] \times \delta_{ij} + \bar{\sigma}'_{ij}$$

onde os símbolos têm significado conhecido. Assim, a contribuição de carácter interno para as tensões efectivas é

$$A_w\, u_w - (1 - A_w)\, u_a + \int T\,dx$$

em que u_a e u_w não determinam tensões interparticulares em função da sua própria grandeza mas sim da área A_w e da diferença $(u_a - u_w)$.

A contribuição da parcela $\int T\,dx$ caracteriza-se ainda por um efeito estabilizador do ponto de vista da manutenção duma dada estrutura.

Como no início do ensaio e à medida que se vão instalando as tensões tangenciais, o grau de saturação aumenta, o valor de $\int T\,dx$ será função da dimensão do perímetro dos meniscos ar-água. Quer isto dizer que, partindo de graus de saturação baixos, a contribuição da tensão superficial para as tensões entre as partículas aumentará com o aumento do perímetro atrás

referido. Por sua vez a curvatura da interface ar-água diminui, o que implica a diminuição de $u_a - u_w$. Mas como A_w aumenta, as implicações desta alteração da tensão efectiva tendem a ser atenuadas.

No conjunto haverá assim uma diminuição na contribuição das tensões de origem interna para as tensões efectivas. Mas dado o efeito crescente e estabilizador de tensão superficial, as tensões distorcionais solicitantes depararão com apreciável acréscimo de resistências estruturais. No entanto deve ter-se presente que o esquema apresentado não é tão simples como se pode depreender destas considerações. Assim, devido às solicitações tangenciais, a estrutura que inicialmente será do tipo floculado tenderá a passar progressivamente ao tipo disperso. Terá então de considerar-se a sobreposição de dois fenómenos, um dizendo respeito a variação do índice de vazios e outro à alteração da configuração geométrica desses mesmos vazios.

Conclui-se portanto que o comportamento dos provetes não saturados, em termos de tensão-deformação, é determinado pelo grau de saturação de fabrico. A medida que esse valor vai sendo menor, maior será a tendência do corpo de prova para exibir um andamento do tipo «rígido», isto é, nota-se o aparecimento dum valor crescente de «peak» da tensão, para valores sucessivamente decrescentes da deformação. Todas as referências feitas à evolução e efeitos da tensão superficial se harmonizam com o comportamento observado.

Resta analisar a influência na relação tensão-deformação da velocidade de deformação imposta. Como se verificou, da diminuição do grau de saturação inicial resultou que essa influência era cada vez menor. De acordo com o anteriormente exposto, a tensão superficial em solos pouco saturados desempenharia um papel estabilizador da estrutura, o qual se acentuaria durante a deformação. Para graus de saturação mais elevedos, a contribuição da tensão superficial seria já independente da deformação, sendo pois as resistências tangenciais mobilizadas função do grau de alteração estrutural. Esse grau de alteração seria incrementado com o aumento da velocidade de deformação. Assim, a possibilidade de a tensão superficial se opor a este efeito iria diminuindo progressivamente com a elevação do grau de saturação de fabrico.

Analisado o comportamento do solo não saturado, de acordo com os resultados dos ensaios a que foi submetido, pretendeu-se seguidamente determinar a influência que o grau de saturação de fabrico poderia ter na resistência ao corte exibida pelo mesmo solo após saturação. Os ensaios de corte em compressão triaxial realizados evidenciaram um efeito de pré-consolidação tanto mais acentuado quanto menor o grau de saturação inicial dos provetes. Tem-se assim que todo o sistema de tensões internas instaladas na fase sólida dum solo não saturado condiciona, uma vez este saturado e para uma dada gama de tensões aplicadas, a resposta a solicitações tangenciais.

De acordo com as determinações experimentais efectuadas, as pressões neutras negativas instaladas na fase líquida do solo compactado atingem valores elevados e produzem alterações de ordem estrutural. Aliás, parece importante sublinhar que por compactação estática a vários teores de humidade seria impossível obter provetes com estruturas idênticas. A intenção foi sobretudo, e como já foi acentuado, minimizar a dispersão dessas características estruturais. Assim, as amostras não têm o seu comportamento totalmente determinado pelo efeito das tensões neutras negativas. Tem de atribuir-se uma certa influência ao próprio fabrico, o que, dum ponto de vista prático, não tem qualquer repercussão. Outro aspecto que convém assinalar refere-se à trajectória de tensões quando se procede à saturação. De acordo com os conhecimentos actuais, quando um solo com baixo grau de saturação e tendo instalada uma dada solicitação exterior é levado à saturação pode sofrer um colapso estrutural. Este fenómeno é estreitamente dependente do valor da solicitação aplicada. Na realidade, à medida que se processa a saturação há uma diminuição de tensão efectiva de carácter interno. Se a solicitação exterior aplicada for superior a um certo valor, pode dar-se uma instabilização estrutural assinalada por uma rápida e elevada variação volumétrica.

No caso presente dado que se elevou o grau de saturação das amostras para cerca de 96 % (sob tensões hidrostáticas aplicadas de valores compreendidos entre 0,165 e 0,660 kg/cm²), houve que verificar a ocorrência de possíveis colapsos. Na realidade, para o grau de saturação de 96%, a tensão superficial deixa de ter qualquer contri-

TINTA

ANTI-CORROSIVA ESPECIAL

Para a pintura de:

DEPÓSITOS DE ÁGUA POTÁVEL E OUTROS
CALDEIRAS
MÁQUINAS
TURBINAS
ESTRUTURAS ABAIXO DOS PAVIMENTOS
ISOLAMENTOS DAS TUBAGENS
ESTRUTURAS METÀLICAS
MATERIAL CIRCULANTE
GUINDASTES
POSTES
PAVIMENTOS DE AÇO, FERRO, MADEIRA, TIJOLO, PEDRA E CIMENTO EXPOSTOS AO TEMPO, ETC.

GRANDE RESISTÊNCIA AO CALOR

REPRESENTANTE:

MENDES DE ALMEIDA

COMÉRCIO E INDÚSTRIA, S. A. R. L.

AV. 24 DE JULHO, 52 LISBOA-PORTUGAL TEL. 66 77 10

SKF

O maior fabricante mundial de rolamentos oferece-lhe agora, também outros produtos, dos quais destacamos:

Acoplamentos «KOPPERS»
Ferramentas de roscar
Grupos cônicos
Mangas de esferas «STAR»
Massa lubrificante
Material têxtil
Pontos rotativos
Redutores velocidade «SINCRON»
Retentores especiais «V-RING»
Retentores para indústria «RUBER»
Rodas e rodízios
Rolamentos de esferas, agulhas e roletes
Rótulas lisas
Tubos para condução de líquidos corrosivos incluindo água salgada
Variadores «SINCRON»

apoiados como sempre numa ASSISTÊNCIA TÉCNICA PERFEITA

SOCIEDADE SKF LIMITADA

Praça da Alegria, 66-A — LISBOA
Telefones 36 23 01-2-3-4

R. Delfim Ferreira, 604 — PORTO
Telefones 69 20 54-5-6-7-8

buição para a tensão efectiva ou qualquer função de estabilização na estrutura. No entanto não foi observado qualquer colapso, sendo o andamento das variações volumétricas, durante o processo de saturação, do tipo do apresentado como exemplo para a amostra 55 e que se representa na figura 5.1. Portanto as tensões de consolidação não foram suficientemente elevadas para causar qualquer alteração estrutural brusca.

Finalmente, determinou-se a relação entre o grau de saturação inicial (ou de compactação) e as coesões exibidas pelo solo após saturação. Para o solo estudado verifica-se que as coesões variam de maneira sensível para graus de saturação compreendidos entre 50 e 85 %. Para graus de saturação inicial superiores a 85 %, a coesão no solo saturado é nula. Quando o grau de saturação é inferior a 50 % a coesão tende para um limite máximo que, no caso presente, é de cerca de 15 % da tensão de pré-consolidação.

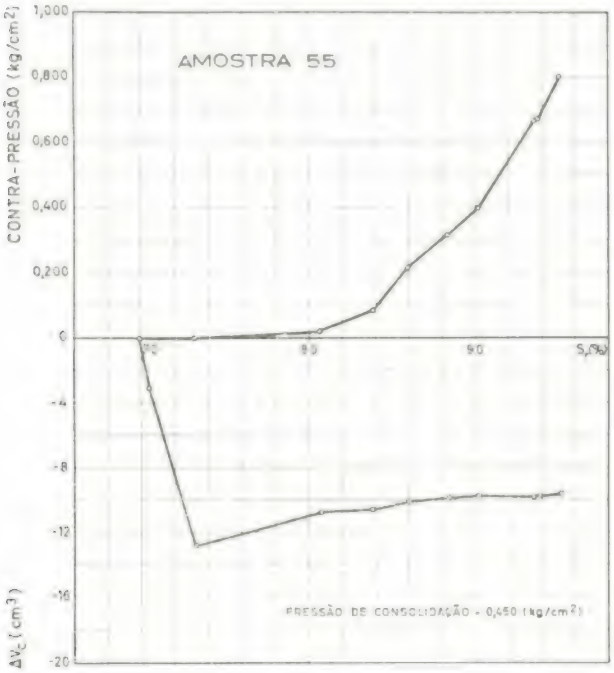


Fig. 5.1 — Consolidação e saturação duma amostra para ensaio triaxial

6 — CONCLUSÕES

Do estudo efectuado e para o tipo de solo ensaiado pode concluir-se que:

a) As tensões neutras negativas instaladas na fase líquida do solo compactado dependem fundamentalmente do grau de saturação. O equipamento construído para medição dessas pressões revelou-se satisfatório. De acordo com os teores em água empregados na preparação das amostras, mediram-se tensões neutras com valores compreendidos entre −1,0 e −8,4 kg/cm².

b) Determinaram-se tensões neutras iniciais em duas séries de amostras fabricadas por compactação estática. Na primeira, as medições efectuaram-se uma semana após a compactação e na segunda duas semanas depois. Durante o período de repouso as amostras permaneceram convenientemente isoladas. Verificou-se que a relação entre o grau de saturação de fabrico e a tensão neutra negativa inicial é idêntica para as duas séries; portanto pode inferir-se que, após o período inicial em que se processam redistribuições de humidade, intervalos de tempo da ordem dos que foram ensaiados não têm repercussão significativa nas tensões neutras instaladas.

c) Amostras parcialmente saturadas ensaiadas em compressão axial com medição de tensões neutras e de deformações volumétricas evidenciaram que quanto menor é o grau de saturação de fabrico maior é a resistência e menor a deformabilidade.

Quanto à influência da velocidade de deformação imposta, verificou-se que a valores crescentes desta grandeza correspondem valores decrescentes da resistência e deformabilidade. No entanto a influência da velocidade de deformação tende a ser atenuada com a diminuição do grau de saturação inicial.

Este comportamento deve-se aos efeitos da tensão superficial que actua como elemento condicionador dominante da estrutura de fabrico e da alteração dessa mesma estrutura quando o solo sofre deformações relacionadas com uma dada solicitação.

d) O grau de saturação na compactação do solo condiciona o seu comportamento quando, após saturação, ele é submetido a solicitações tangenciais. Os resultados dos ensaios de corte com compressão triaxial mostraram um efeito de pré-consolidação tanto mais acentuado quanto menor o grau de saturação inicial.

Este comportamento resulta dos efeitos do sistema interno de forças interparticulares, instalado

no solo parcialmente saturado e derivado da tensão superficial das interfaces ar-água.

e) Para o solo estudado quantificou-se o efeito do grau de saturação de compactação, determinando a coesão exibida pelo material após a saturação.

Sendo um facto comprovado que o grau de saturação condiciona a estrutura do solo quando da compactação, pode acrescentar-se que esse condicionamento estrutural só tem repercussão nas resistências ao corte exibidas pelo solo saturado desde que seja inferior a um dado valor crítico. Para valores sucessivamente decrescentes em relação a esse valor crítico a influência do grau de saturação de fabrico é crescente. Tende no entanto para um limite máximo, ao qual corresponde um segundo valor crítico do grau de saturação de compactação. Quer isto dizer que a estrutura atingiu uma fase singular do seu arranjo que corresponde, para as condições de compactação, ao máximo grau de floculação.

Assim, quando se provoca a saturação, quer do solo compactado com um grau de saturação igual ao valor crítico inferior, quer do solo compactado com um grau de saturação menor do que aquele, como o estado estrutural é idêntico, as trajectórias de tensões derivadas do processo de saturacão têm repercussões estruturais semelhantes. Determinam assim a mesma pré-consolidação no estado final.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARRON, A. R. 1960. *Prestress effects on the strength of clays.* Research Conference on Strength of Cohesive Soils. Boulder, Colorado.

BEEK, W. I. 1963. *Physische Transportuerschijnselen.* Collegedictaat.

BISHOP, A. W., ALPAN, I, BLIGHT, G. E., e DONALD, I. B. 1960. *Factors controlling the strength of partly saturated cohesive soils.* Research Conference on Shear Strength of Cohesive Soils, A. S. C. E. Boulder, Colorado.

BOSWORTH, R. C. L. 1950. *Physics in chemical industry.* Macmillan. London.

FOLQUE, J. B. 1961. *Reologia dos solos não saturados.* Laboratório Nacional de Engenharia Civil. Lisboa.

FOLQUE, J. B. 1968. *Anotações sobre barragens de terra.* Laboratório Nacional de Engenharia Civil. Memória 312. Lisboa.

HILF, J. W. 1956. *An investigation of pore-water pressure in compacted cohesive soils.* Technical Memorandum No. 654, Bureau of Reclamation, Denver, Colorado.

HIRSCHFELD, R. C. 1958. *The factors influencing the constant volume strength of clays.* Doctorial Thesis, Harvad University, Cambridge, Mass.

MARANHA DAS NEVES, E. 1969. *Influência das tensões neutras negativas no comportamento dos solos compactados saturados.* (Tese) L. N. E. C. Lisboa.

MATYAS, E. L., e RADHAKRISHNA, H. S. 1968. *Volume change characteristics of partially saturated soils.* Géotechnique, Vol. 18, N.º 4.

SEED, H. B., e CHAN, C. K. 1959. *Structure and strength characteristics of compacted clays.* Journal of Soil Mechanics and Found. Div. Proceedings of the A. S. C. E., Vol. 85 No. SM 5.

SPARKS, A. D. N. 1963. *Theoretical considerations of stress equations for partly saturated soils.* 3rd Reg. Conf. for Africa on Soil Mech. and Found. Eng. Salisbury.

C. D. U. 624.042.7

ANÁLISE DE ESTRUTURAS REDUTÍVEIS A OSCILADORES NÃO LINEARES COM HISTERESE (1)

por ARTUR RAVARA *
MADALENA QUIRINO **
MARIA TERESA PEREIRA DA SILVA ***

RESUMO

Nos estudos sobre Engenharia Sísmica que vêm sendo conduzidos no LNEC desde há cerca de 15 anos, tem sido necessário aplicar técnicas de análise numérica a osciladores de um e vários graus de liberdade, lineares e não lineares, os quais constituem os modelos matemáticos de diversos tipos de estruturas.

Descrevem-se neste trabalho as características dos osciladores que têm sido analisados, relacionando-as com os tipos de estruturas que representam. Referem-se os principais aspectos da formulação das equações diferenciais que descrevem o comportamento dos sistemas e das técnicas utilizadas na respectiva integração «passo a passo». Apresentam-se aplicações ao estudo do comportamento de edifícios de betão armado actuados por sismos de forte intensidade.

SYNOPSIS

In the studies on earthquake engineering that have been carried out at the Laboratório Nacional de Engenharia Civil for about 15 years, different techniques have been applied for the analysis of single and multidegree of freedom oscillators, linear and non-linear.

The present paper describes the main characteristics of the systems that have been considered, relating them to different types of structural behaviour. The formulation of the differential equations of motion as well as the step-by-step integration techniques are briefly reported. Examples of dynamic analysis of reinforced concrete structures acted by strong earthquakes are presented.

1 — INTRODUÇÃO

Sob a acção dos sismos, as fundações das estruturas são actuadas por impulsos de aceleração a (t) em todas as direcções, podendo o conjunto de impulsos ser representado por um acelerograma com várias componentes (fig. 1).

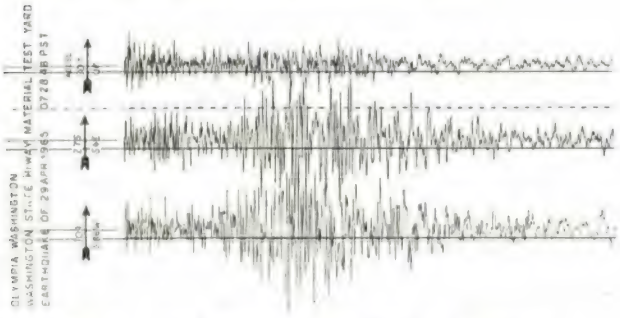


Fig. 1 — Acelerograma do sismo de Olympia, Washington, em Abril de 1965

As condições de equilíbrio em cada elemento da estrutura são expressas por

$$\overline{F}_i + \overline{F}_a + \overline{F}_r = \overline{O} \qquad (1)$$

sendo $\overline{F}_i$, $\overline{F}_a$ e $\overline{F}_r$ respectivamente as forças de inércia, de amortecimento e de ligação em cada elemento.

Para oscilação segundo uma direcção $\overline{xx}$ e admitindo que o amortecimento é do tipo viscoso, caso usual em estruturas, as eq. (1) tomam a forma

$$m\ddot{x} + C\dot{x} + F(x) = O \qquad (2)$$

se a massa da estrutura se puder considerar concentrada num ponto (oscilador de um grau de liberdade), ou desdobram-se num sistema de equações

$$m_i \ddot{x}_i + C_i (\dot{x}_1, \dot{x}_2, \ldots, \dot{x}_n) + F_i (x_1, x_2, \ldots x_n) = 0 \qquad (3)$$
$$i = 1,2, \ldots, n$$

se a massa da estrutura se considera concentrada em n pontos (oscilador de n graus de liberdade),

(1) Comunicação apresentada ao Simpósio sobre as Teorias da Informação e dos Sistemas, Lisboa, Set. 1970.
* Engenheiro Civil, Especialista do Serviço de Edifícios e Pontes, Chefe da Divisão de Dinâmica Aplicada.
** Matemática, Especialista do Serviço de Edifícios e Pontes.
*** Matemática, Estagiária para Especialista do Serviço de Edifícios e Pontes.

que no caso de edifícios correspondem geralmente aos níveis dos pisos.

Durante um sismo o comportamento da estrutura é determinado pelo seu movimento, relativamente ao movimento do solo. Desdobrando o deslocamento x em deslocamento relativo x_r e deslocamento do solo x_s,

$$x = x_r + x_s \tag{4}$$

as eq. 2) e 3) tomam respectivamente a forma

$$m \ddot{x}_r + C \dot{x}_r + F(x_r) = - m \ddot{x}_s \tag{5}$$

e

$$m_i \ddot{x}_{ir} + C_i (\dot{x}_{1r}, \dot{x}_{2r}, \ldots, \dot{x}_{nr}) + F_i (x_{1r}, x_{2r}, \ldots, x_{nr}) = - m_i \ddot{x}_s \tag{6}$$

$$i = 1,2 \ldots, n$$

admitindo que o amortecimento depende apenas do deslocamento relativo.

Designando a aceleração do terreno $\ddot{x}_s$ por a (t) e suprimindo o índice r, dado que os deslocamentos, velocidades e acelerações da estrutura que figuram nas eq. 5) e 6) são sempre relativos, obtém-se finalmente

$$m \ddot{x} + C \dot{x} + F(x) = - m\, a(t) \tag{7}$$

e

$$m_i \ddot{x}_i + C_i (\dot{x}_1, \dot{x}_2, \ldots, \dot{x}_n) + F_i (x_1, x_2, \ldots, x_n) = - m_i\, a(t) \tag{8}$$

$$i = 1,2, \ldots, n$$

A integração das equações 7) ou 8) permite obter os deslocamentos, velocidades e acelerações nos elementos da estrutura devidos à actuação de um sismo. Trata-se em todos os casos de equações diferenciais ordinárias de 2.ª ordem, lineares ou não conforme o tipo de funções F (x) considerado; adopta-se geralmente para o termo de amortecimento expressões lineares da forma

$$C_i (\dot{x}_1, \dot{x}_2, \ldots, \dot{x}_n) = \sum_{j=1}^{n} C_{ij} \dot{x}_j \tag{9}$$

No parágrafo seguinte referem-se os tipos de osciladores não lineares que têm sido estudados.

2 — OSCILADORES LINEARES E NÃO LINEARES

Sejam dois osciladores de um e de n graus de liberdade, supostos com amortecimento viscoso, esquematizados na fig. 2.

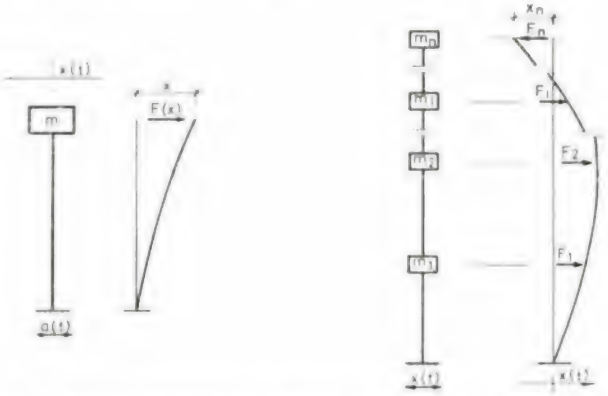


Fig. 2 — Osciladores de um e de n graus de liberdade

No caso das forças de ligação F (x) serem proporcionais aos deslocamentos relativos x, será, no caso de osciladores de n graus de liberdade

$$F_i = \sum_{j=1}^{n} K_{ij} x_j \tag{10}$$

equação que se reduz a $F = Kx$ para $n = 1$.

As eq. (7) e (8) tomam então respectivamente a forma

$$m \ddot{x} + C\dot{x} + Kx = - m\, a(t) \tag{11}$$

$$m_i \ddot{x}_i + \sum_{j=1}^{n} C_{ij} \dot{x}_j + \sum_{j=1}^{n} K_{ij} x_j = - m_i\, a(t) \tag{12}$$

ou, no caso das eq. (12), adoptando a representação matricial

$$[m] \{\ddot{x}\} + [C] \{\dot{x}\} + [K] \{x\} = - \{m\}\, a(t) \tag{13}$$

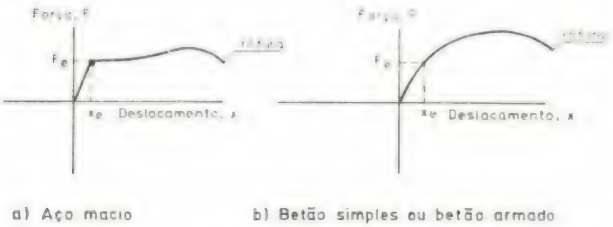
sendo: $[m] = \begin{bmatrix} m_1 & & & 0 \\ & \cdot & & \\ & & \cdot & \\ & & & \cdot \\ 0 & & & m_n \end{bmatrix}$ a matriz de massa,

$[C] = [C_{ij}]$ a matriz de amortecimento e

$[K] = [K_{ij}]$ a matriz rigidez,

designando por C_{ij} e K_{ij} respectivamente a força de amortecimento ou a força de ligação que se desenvolvem na massa i quando se aplica um deslocamento unitário na massa j e deslocamentos nulos nas restantes massas, ou seja, para $x_j = 1$ e $x_{k \neq j} = 0$.

Como é bem sabido, o comportamento dos materiais de que são feitas as estruturas de edifícios, nomeadamente aço e betão armado, só pode ser considerado aproximadamente linear até um certo nível de esforços ou de deformações aplicadas, como indica a fig. 3, em que F_e e x_e são respectivamente a força e o deslocamento elástico limite, acima dos quais o material entra em cedência.



a) Aço macio b) Betão simples ou betão armado

Fig. 3 — Diagramas forças — deslocamentos

No caso de sismos de pequena intensidade, a esquematização linear é válida e a análise dinâmica das estruturas corresponde à integração das eq. (11) e (12). Para sismos de forte intensidade porém, os numerosos estudos analíticos e experimentais realizados até à data [1] bem como a observação do comportamento dos edifícios em zonas onde ocorreram sismos intensos [2] indicam, de modo irrefutável, que os materiais que actualmente constituem as estruturas são sujeitos a esforços e deformações que excedem largamente os limites elásticos, exibindo acentuada não linearidade acompanhada de efeitos de histerese mais ou menos pronunciados.

No período mais intenso do sismo, de duração geralmente inferior a 30 segundos, os elementos estruturais são solicitados por ciclos de carga alternada de grande intensidade, cujos diagramas característicos, no caso do betão armado, têm o andamento indicado na fig. 4 [3,4].

O diagrama patenteia, além do decréscimo de rigidez quando aumentam as forças e os deslocamentos, efeitos de histerese que aliás contribuem largamente para a estabilidade da estrutura. De facto, a área interior às curvas da fig. 4 é proporcional à energia absorvida pela estrutura, a qual, adicionada à energia que corresponde às forças de amortecimento, deve equilibrar a energia transmitida pelo sismo à estrutura.

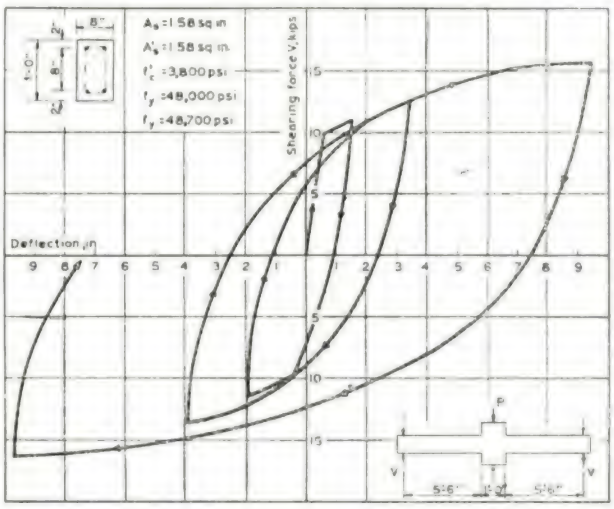


Fig. 4 — Diagrama característico de ciclos de carga alternada de grande intensidade em elementos de betão armado

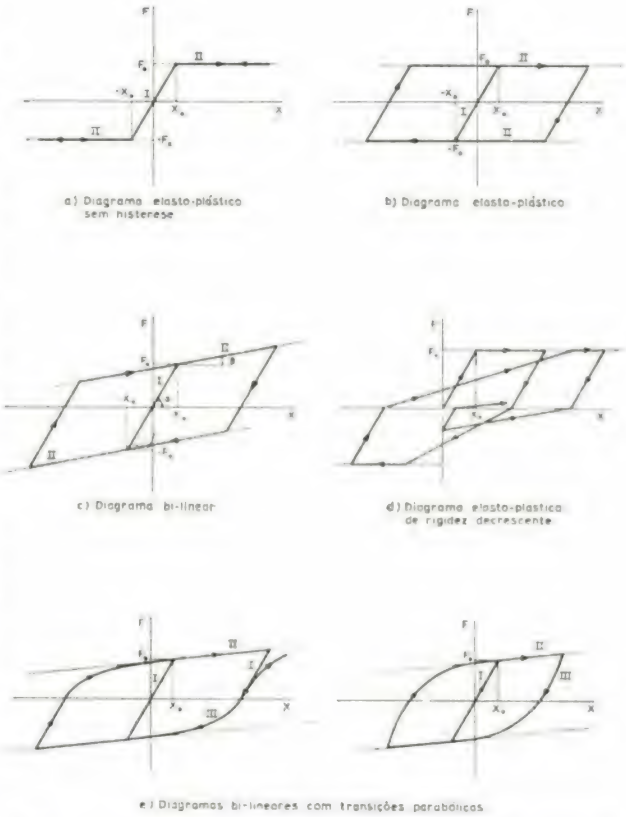


Fig. 5 — Diagramas não lineares que têm sido adoptados em estudos realizados no LNEC.

Nos programas que têm vindo a ser desenvolvidos no LNEC, a não linearidade tem sido expressa pelos diagramas do tipo indicado na fig. 5 a) a e).

O efeito de histerese, que é considerado explìcitamente nos diagramas 5b) e 5e), pode ainda ser tomado em consideração quando se utilizam diagramas do tipo 5a), desde que se aumente o amortecimento de modo a englobar a energia dissipada por histerese [5].

É corrente a utilização de um diagrama constituído por curvas tipo Ramberg-Osgood [6] indicado na fig. 6. Berg [7] e Jennings [8], entre outros autores, têm-no utilizado. Na prática difere pouco dos diagramas 5e), os quais têm sido preferidos nos estudos realizados no LNEC devido a conterem como caso particular o comportamento linear, que se verifica em grande parte das estruturas, mesmo durante um sismo intenso. Com efeito a plastificação restringe-se a algumas zonas e como a análise se complica consideràvelmente devido à não linearidade, a utilização dos diagramas 5e) conduz a uma economia global de cálculos importante, relativamente ao diagrama Ramberg-Osgood.

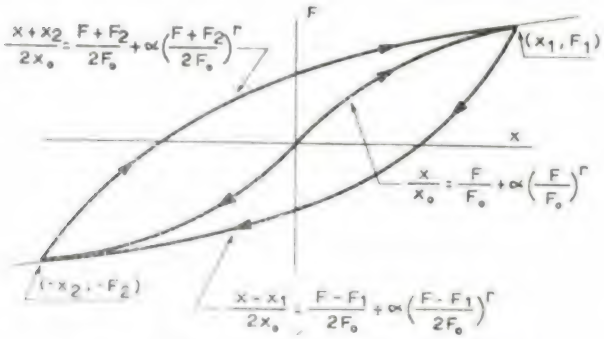


Fig. 6 — Diagrama tipo Ramberg-Osgood

Um outro tipo de não-linearidade que pode ser necessário considerar é o devido a efeitos gravíticos, quando os osciladores sofrem grandes deslocamentos [9.]

No caso do sistema considerado na fig. 7, o efeito gravítico pode traduzir-se aproximadamente por uma redução no termo de restituição da eq. 7), vindo então

$$m\ddot{x} + C\dot{x} + \left[F(x) - \frac{Px}{1}\right] = -m\,a(t) \qquad (14)$$

sendo P o peso da massa m e 1 a respectiva cota.

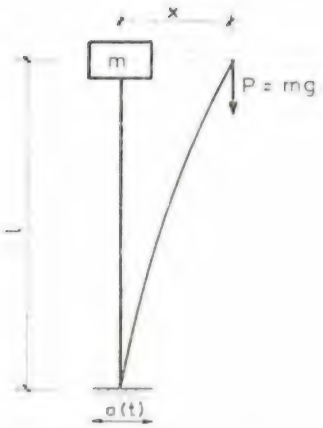


Fig. 7 — Efeito gravítico num oscilador de um grau de liberdade

3 — MÉTODOS DE CÁLCULO

Na integração das equações que descrevem o movimento dos osciladores utilizaram-se dois métodos de Runge-Kutta de 4.ª ordem [10, 11], aplicáveis a sistemas de equações diferenciais ordinárias de 1.ª e de 2.ª ordem.

A integração é feita por um processo «passo a passo», sendo a aceleração a (t) dada para um conjunto discreto de valores da variável t. A partir das condições iniciais do movimento e dos valores da aceleração, são sucessivamente calculados os acréscimos das grandezas que intervêm nas equações do movimento, para intervalos de tempo Δt.

No quadro I apresentam-se as principais características dos métodos utilizados.

Qualquer dos métodos se revelou satisfatório, no que diz respeito a precisão e rapidez de convergência.

Em sistemas elasto-plásticos e bilineares a integração é desdobrada nos domínios correspondentes aos ramos das rectas dos diagramas 5a) a d). As condições de transição são determinadas pelo valor do deslocamento e pelo sinal que toma a velocidade.

Nos sistemas bilineares com transições parabólicas sucede o mesmo, com a diferença de que a rigidez, que naqueles sistemas é constante dentro de cada domínio, varia nestes de ponto para ponto ao longo dos ramos parabólicos.

O acelerograma é em geral definido para valores do tempo espaçados de 0,05 seg; no caso de serem necessários mais valores obtêm-se por interpolação linear daqueles; o passo de integra-

QUADRO I

Características dos métodos de Runge-Kutta utilizados

Designação	Runge-Kutta	Runge-Kutta-Merson
Ordem	4.a	4.a
Campo de aplicação	sistemas de equações diferençiais ordinárias de 2.ª ordem	sistemas de equações diferenciais ordinárias de 1.ª ordem
Formulação	sistema na forma matricial: $X_2 = S_t - CX_1 - K_t DX$ $X_2 = F(X, X_1)$ sendo: $\{X_2\} = \{\ddot{x}\}$; $\{X_1\} = \{\dot{x}\}$ $\{DX\} = \{\Delta x\}$	Passa-se do sistema: $\ddot{x}_i = g(x_i, x_{i-1}, x_{i+1}, \dot{x}_i, t)$ $i = 1, \ldots, n$ por: $t = x$; $x_i = y_{2i+1}$; $\dot{x}_i = \frac{dy_{2+i}}{dx} = y_{2i+2}$ para o sistema: $\frac{dy_{2i+1}}{dx} = y_{2i+2} = f_{2i+2}(y_{2i+2})$ $\frac{dy_{2i+2}}{dx} f_{2i+2}(y_{2i+2}, y_{2i+1}, y_{2i-1}, y_{2i-3})$ $i = 1, 2, \ldots, n$
Cálculo	$DX = \Delta t . \phi_1$ $X_1 = X_{1a} + \Delta t . \phi_2$ sendo X_{1a} o valor de X anterior a X_1	$y_i = y_{ia} + (k_1 + 4k_4 + k_5)_i / 2$ $i = 1, 2, \ldots, n$ sendo y_{ia} o valor de y anterior a y_i
Algoritmo de cálculo	$\phi_1 = X_1 + \frac{\Delta t}{6}(k_1 + k_2 + k_3)$ $\phi_2 = (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4 \ldots + k_4)\ 6$ em que: $k_1 = F(t, X, X_1)$ $k_2 = F\left(t + \frac{\Delta t}{2}, X + \frac{\Delta t}{2} X_1, X_1 + \frac{\Delta t}{2} k_1\right)$ $k_3 = F\left(t + \frac{\Delta t}{2}, X + \frac{\Delta t}{2} X_1 + \frac{(\Delta t)^2}{4} k_1, X_1 + \frac{\Delta t}{2} k_2\right)$ $k_4 = F\left(t + \Delta t, X + \Delta t . X_1 + \frac{(\Delta t)^2}{4} k_2, X_1 + \Delta t . k_3\right)$	$k_{1i} = \frac{h}{3} f_i(x, y_{ai})$ $k_{2i} = \frac{h}{3} f_i\left[x + \frac{h}{3}, (y_a + k_1)_i\right]$ $k_{3i} = \frac{h}{3} f_i\left[x + \frac{h}{3}, \left(y_a + \frac{k_1}{2} + \frac{k_2}{2}\right)_i\right]$ $k_{4i} = \frac{h}{3} f_i\left[x + \frac{h}{2}, \left(y_a + \frac{3k_1}{8} + \frac{9k_3}{8}\right)_i\right]$ $k_{5i} = \frac{h}{3} f_i\left[x + h, \left(y_a + \frac{3k_1}{2} - \frac{9k_3}{2} + 6k_4\right)_i\right]$ em que $h = \Delta t$ (passo de integração)
Precisão Erros	Não calcula o erro. O passo de integração deve ser suficientemente pequeno para garantir boa aproximação.	O erro E_i é dado por $E_i = \left\lvert \left(k_i - \frac{9k_3}{2} + 4k_4 - \frac{k_5}{2}\right)_i \right\rvert$

ção depende das características dinâmicas dos osciladores e a sua ordem de grandeza é a do período próprio mais pequeno. É assim corrente, em sistemas de 10 a 15 graus de liberdade, correspondentes a edifícios com este número de pisos, um passo de integração de 0,005 seg. O passo de saída dos resultados pode ser qualquer múltiplo do passo de integração.

A descrição pormenorizada das técnicas aplicadas consta de diversos relatórios [12 a 15].

4. APLICAÇÕES AO ESTUDO SÍSMICO DE EDIFÍCIOS

4.1 — Sistemas de um grau de liberdade

São aproximadamente redutíveis a osciladores de um grau de liberdade estruturas de edifícios dos tipos indicados na fig, 8 a) e b) em que a deformabilidade do piso ou dos pisos inferiores é muito superior à dos restantes pisos.

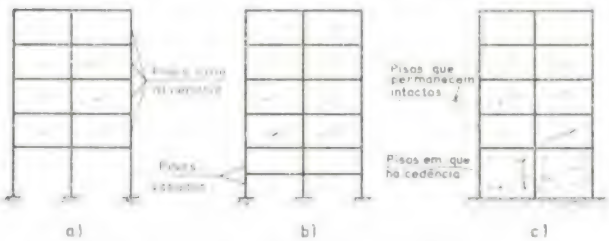


Fig. 8 — Estruturas redutíveis a osciladores de um grau de liberdade

Transformam-se ainda em sistemas deste tipo edifícios de vários pisos com estrutura aporticada, preenchida ou não por alvenaria, ao fim de certo tempo de actuação de um sismo intenso. Com efeito, a cedência restringe-se em geral aos pisos inferiores, que adquirem assim uma deformabilidade muito superior à dos pisos restantes, fig. 8 c).

Por outro lado uma das técnicas mais potentes para a análise dinâmica de sistemas de vários graus de liberdade em regime linear é a análise modal [16], na qual se determina a resposta do sistema por sobreposição da resposta de tantos osciladores de um grau de liberdade quantos os modos de vibração que contribuem para a resposta do sistema global (I).

Na análise de osciladores de um grau de liberdade têm sido utilizados programas de cálculo dos seguintes tipos (II), considerando-se em todos os casos amortecimento viscoso:

— *Oscilador linear:* o estudo de sistemas deste tipo reveste-se de grande interesse, devido a ser usual caracterizar um sistema por meio dos valores máximos do deslocamento, velocidade e aceleração que se desenvolvem em osciladores lineares com amortecimento viscoso. Designam-se por espectros as relações entre aqueles valores máximos e as características dinâmicas dos osciladores.

Na figura 9 apresentam-se os diagramas de resposta de osciladores do tipo referido, actuados pela componente N-S do acelerograma do sismo de El Centro, California, de 18/5/1940.

(I) É corrente considerar os modos correspondentes a frequências próprias inferiores a 5 Hz.

(II) O Centro de Cálculo do LNEC está presentemente equipado com um computador NCR Elliott 4130.

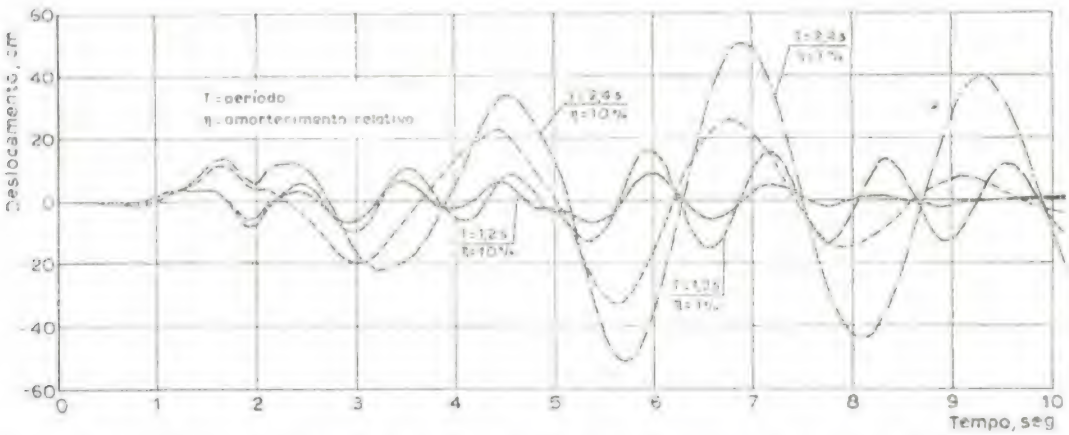


Fig. 9 — Deslocamentos de osciladores lineares de um grau de liberdade actuados pela componente N-S do sismo de El Centro de 1940

Na fig. 10 apresentam-se os espectros de deslocamento, velocidade e aceleração para a componente E — O do sismo de Lisboa de 28/2/1969.

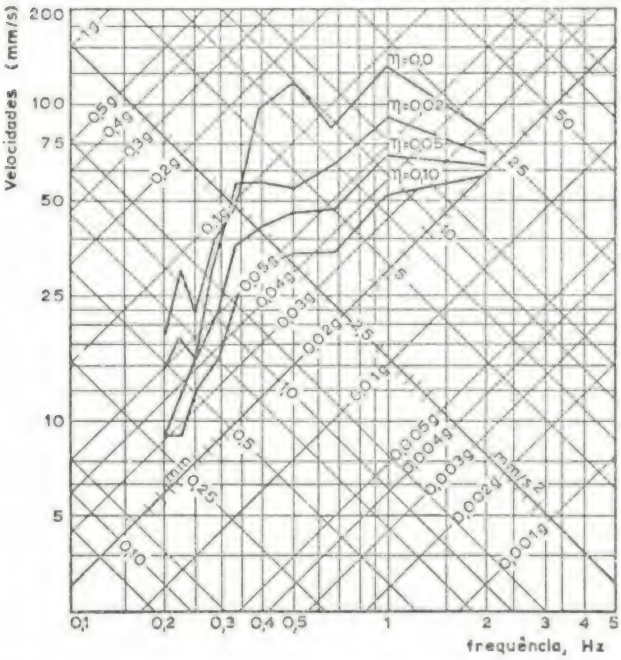


Fig. 10 — Espectros de deslocamento, velocidade e aceleração da componente EO do sismo de Lisboa de 28/2/69

— *Oscilador bilinear;* prepararam-se três programas, destinados respectivamente à análise de osciladores bilineares (contendo como caso particular o oscilador elasto-plástico), de osciladores bilineares com rigidez decrescente (fig. 5d) e de osciladores bilineares tendo em conta o efeito gravítico, com o comportamento descrito pela eq. 14). Os programas têm sido largamente aplicados no estudo de diversos tipos de estruturas. As características dos diagramas estão directamente relacionadas com as propriedades dos materiais e com a própria constituição das estruturas. Assim, por exemplo, o diagrama elasto-plástico é adequado para esquematizar o comportamento de estruturas metálicas e de estruturas de betão armado com pequena percentagem de armadura (4). Ao aumento de percentagem de armadura corresponde o aumento de inclinação do ramo II do diagrama bilinear.

O efeito do esforço axial sobre os pilares das estruturas também se traduz, dentro de certos limites, por uma variação de inclinação do ramo II do diagrama (4).

Na figura 11 compara-se a resposta de um oscilador bilinear com a de um oscilador elasto-plástico, actuados por um sismo intenso.

— *Oscilador bilinear com transições parabólicas:* dispõe-se de programas de cálculo para os diagramas indicados na fig. 5 e) e f). Na maioria das aplicações os dois diagramas são pràticamente equivalentes, correspondendo, no caso de estruturas de betão armado, a um aperfeiçoamento considerável relativamente à esquematização bilinear. Os programas têm sido aplicados no estudo do comportamento de um grande número de osciladores, com o principal objectivo de relacionar as principais propriedades dos materiais e das estruturas com as características da resposta (4). A fig. 12 exemplifica o tipo de informação colhida.

Todos os programas referidos neste parágrafo fornecem os valores dos deslocamentos, velocidades e forças de restituição correspondentes a valores do tempo dados. No caso de osciladores não lineares, são assinaladas todas as transições dos diagramas de restituição.

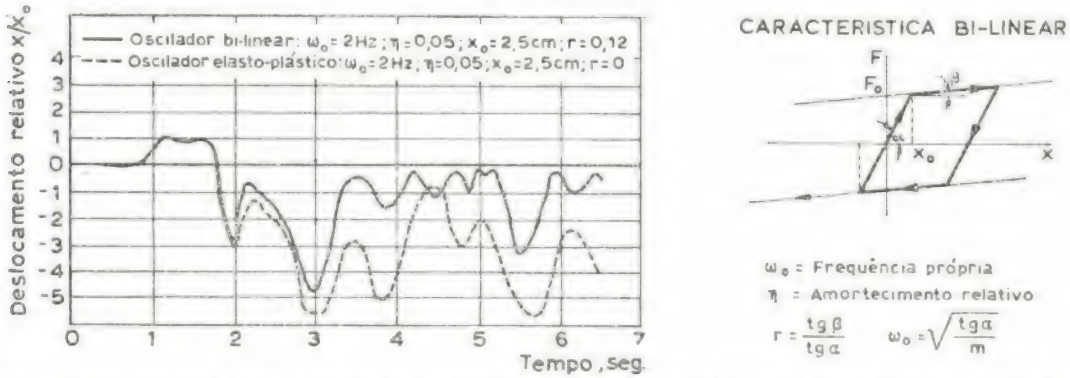


Fig. 11 — Deslocamentos de um oscilador bilinear e de um oscilador elasto-plástico actuados pela componente N-S do sismo de El Centro, de 1940

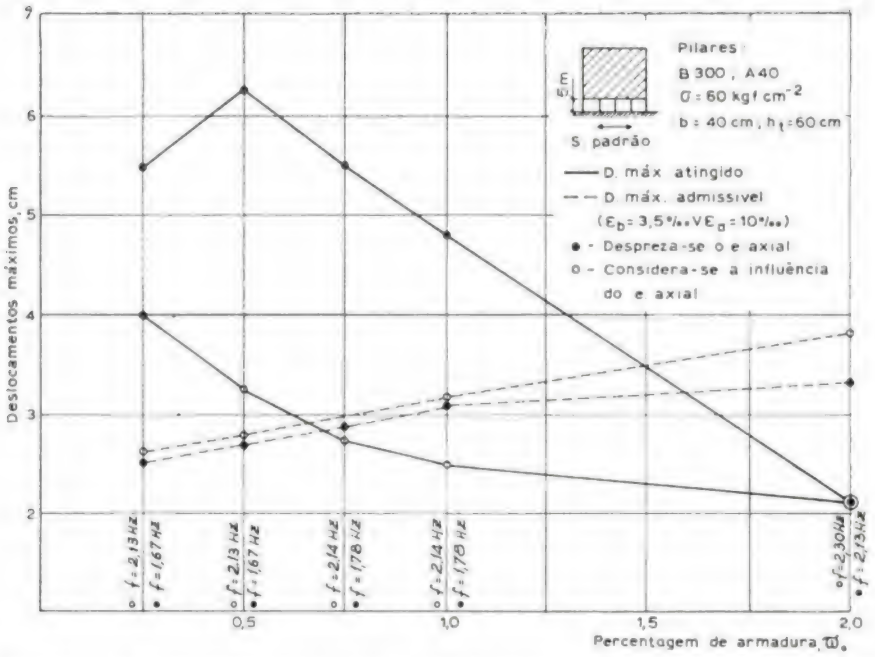


Fig. 12 — Resposta de estruturas redutíveis a osciladores bilineares com transições parabólicas.

4.2 — Sistemas com n graus de liberdade

Prepararam-se dois programas de integração de sistemas de equações relativos a estruturas de dois tipos muito diferentes:

Estruturas aporticadas de pisos rígidos

Situam-se nesta categoria as estruturas em que a rigidez dos pisos é muito superior à dos pilares, que se podem considerar, quando a estrutura é actuada por forças horizontais, aproximadamente encastrados nos pisos.

A força de ligação em cada massa m_i depende então apenas do deslocamento das massas contíguas m_{i-1} e m_{i+1}, pelo que o sistema (8) toma a forma

$$m_i \ddot{x}_i + 2\eta w_o m_i \dot{x}_i + F_i^1 (x_i - x_{i-1}) + F_i^2 (x_i - x_{i+1}) = - m_i a(t) \qquad (15)$$

$$i = 1,2,\ldots, n$$

sendo $F_i^1 (x_i - x_{i-1})$ e $F_i^2 (x_i - x_{i+1})$ as forças de ligação respectivamente à massa inferior e superior a m_i e adoptando um tipo muito simples de amortecimento viscoso, com um valor relativo constante η e proporcional à frequência própria fundamental w_o.

O programa de cálculo para a integração deste tipo de sistemas (14) considera relações forças-deslocamentos de tipo misto, bilinear com transições parabólicas, indicado na fig. 5 e). O programa opera a partir das características da estrutura e das acelerações sísmicas. Dos resultados constam, com a disposição indicada, os seguintes valores:

tempo, t_j

Deslocamento	Velocidade	Forças de ligação	
x_1	$\dot{x}_1$	$F_1^1 (x_1)$	$F_1^2 (x_1 - x_2)$
x_2	$\dot{x}_2$	$F_2^1 (x_2 - x_1)$	$F_2^2 (x_2 - x_3)$
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
x_n	$\dot{x}_n$	$F_n^1 (x_n - x_{n-1})$	0

Os valores de t_j são, além dos correspondentes a igual espaçamento da resposta, todos aqueles para os quais se verifiquem mudanças de ramo na característica forças-deslocamentos em qualquer dos pisos.

Apresenta-se na fig. 13 um extracto da resposta de um oscilador de 8 graus de liberdade (estrutura de edifício com 8 pisos), com os resultados

expressos em segundos, centímetros e toneladas força.

3.200

0.37	5.57	12.49	-9.73
0.68	11.06	9.73	-7.36
0.93	16.37	7.36	-5.56
1.16	21.85	5.56	-4.48
1.37	26.29	4.48	-3.75
1.55	29.25	3.75	-2.88
1.89	32.76	2.88	-1.55
2.09	35.83	1.55	0.00

Fig. 13 — Extracto da resposta de um oscilador de 8 graus de liberdade

O programa permite a análise de osciladores com um número máximo de graus de liberdade igual a 100. Tem sido utilizado em estudos de índole semelhante aos referidos no parágrafo anterior, apresentando-se a título de exemplo, na fig. 14, resultados do estudo sísmico de um edifício de 8 pisos.

Estruturas de tipo consola ou misto

A evolução da tecnologia da construção de edifícios altos de betão armado está conduzindo a soluções estruturais cujo comportamento se afasta do das estruturas de pisos rígidos referidos no parágrafo anterior [2]. Com efeito a tendência geral é reduzir a rigidez dos pisos relativamente à dos elementos verticais, pilares, paredes e núcleos resistentes. Daqui resulta que a deformabilidade sob a acção de forças horizontais se pode decompor em flexão, corte e rotação da base, como indica a fig. 15 [17]. É então sempre possível, dentro de certas hipóteses simplificativas correntes em engenharia sísmica [18], definir uma consola com características geométricas e mecânicas que conduzem a uma deformabilidade igual à da estrutura inicial. As equações (13) são adequadas para descrever o comportamento desta consola equivalente, com massas concentradas em n pontos, actuada por uma aceleração na base, sendo a matriz rigidez $\underline{K}$ dada por

$$\underline{K} = \underline{\Delta}^{-1}; \ \underline{\Delta} = \underline{\Delta}_1 + \underline{\Delta}_s; \ \underline{\Delta}_1 = \underline{b}^T \, \underline{f} \, \underline{b} \qquad (16)$$

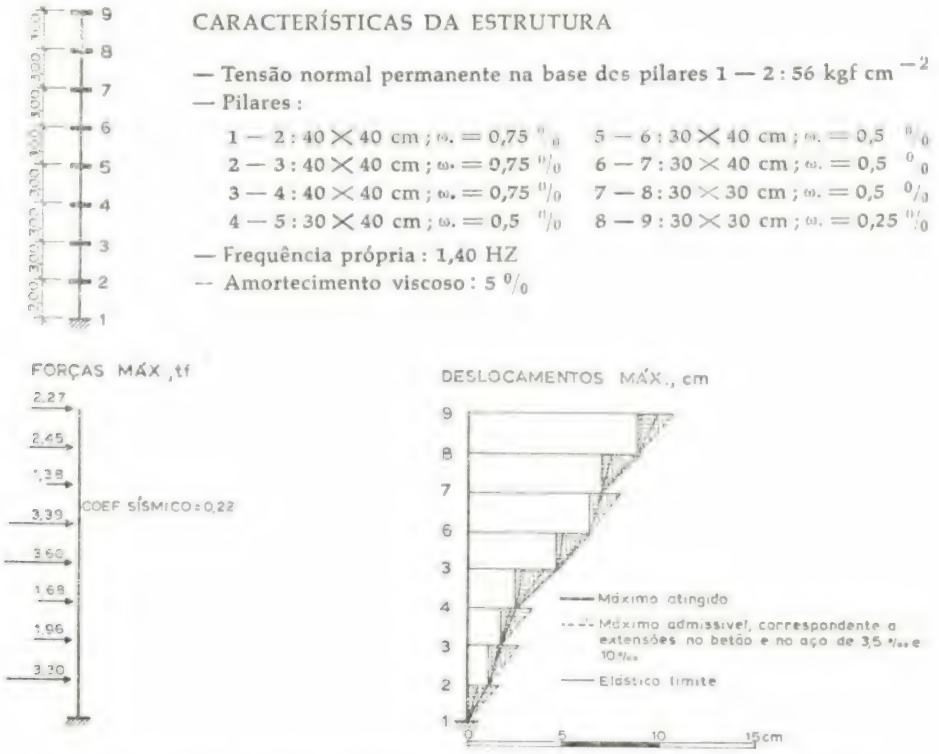


Fig. 14 — Forças e deslocamentos máximos numa estrutura de pisos rígidos sob a acção de um sismo de forte intensidade

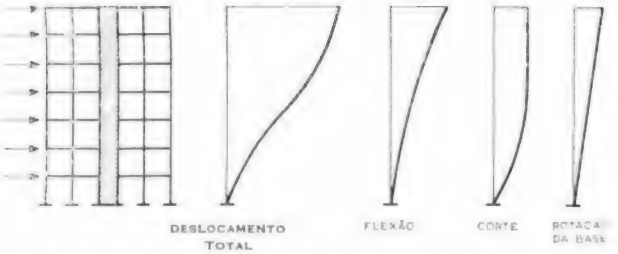


Fig. 15 — Deformabilidade de uma estrutura mista

sendo $\underline{\Delta}_1$ a matriz de deformabilidade, correspondente à consola encastrada, $\underline{b}$ a matriz que relaciona forças horizontais com momentos flectores nos pisos, $\underline{f}$ a matriz de deformabilidade dos tramos que constituem a consola equivalente, relacionando momentos flectores e rotações nas extremidades e $\underline{\Delta}_s$ a matriz deformabilidade correspondente à rotação da base (18).

A matriz $\underline{f}$ por sua vez é da forma

$$\underline{f} = \begin{bmatrix} \underline{f}_1 & & & \\ & \ddots & & \\ & & \underline{f}_1 & \\ & & & \ddots \\ & & & & \underline{f}_n \end{bmatrix} \qquad (17)$$

em que

$$[f_i] = [f_i]_M + [f_i]_T \qquad (18)$$

referindo-se os índices M e T respectivamente a deformabilidade por flexão e por corte. As relações entre f_i e as características geométricas e mecânicas de cada tramo são bem conhecidas [19].

Preparou-se um programa designado por ONLINGRAL [15] para a análise dinâmica das consolas equivalentes, considerando o comportamento não linear correspondente ao diagrama 5f) para a deformabilidade por corte e por flexão, independentemente uma da outra.

O programa efectua o cálculo dos deslocamentos, velocidades, forças de ligação, momentos flectores e esforços transversos ao nível a que estão concentradas as massas, apresentando os resultados sob uma forma semelhante à indicada na fig. 13. Está em curso a análise do comportamento de uma gama de edifícios de 8 a 20 pisos, para a determinação da influência das características estruturais na resposta. As características que estão a ser consideradas são, além da geometria global do edifício, a frequência própria, o amortecimento, a configuração dos modos de vibração e muito especialmente os tipos de não linearidade devidos aos elementos estruturais e aos elementos de enchimento de alvenaria.

A fig. 16 apresenta resultados obtidos na análise de um sistema de 8 graus de liberdade, correspondente a uma estrutura aporticada de betão armado preenchida por elementos de alvenaria.

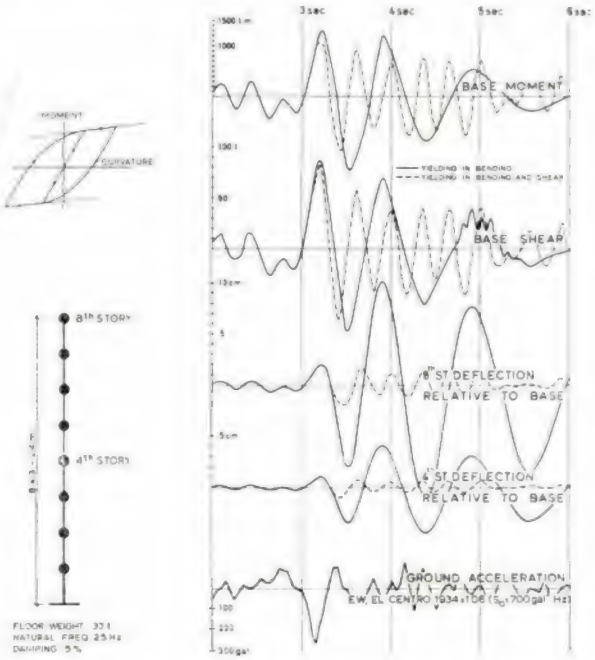


Fig. 16 — Resposta de um oscilador de 8 graus de liberdade [17]

Qualquer dos programas descritos em 4.2 contém como caso particular os sistemas lineares. O último dos programas referidos é o mais geral permitindo a análise de quase todos os tipos de sistemas considerados ao longo do trabalho, para diagramas de restituição de tipo misto. Aliás a alteração do tipo de diagrama característico implica apenas pequenos ajustamentos no programa.

5 — CONCLUSÕES

A Engenharia Sísmica constitui um vasto campo de aplicação de técnicas numéricas para a integração de equações e de sistemas de equações diferenciais ordinárias de 1.ª e 2.ª ordem, lineares e não lineares, correspondentes aos modelos matemáticos de diversos tipos de estruturas.

Ao longo de cerca de 15 anos de actividade naquele domínio foi elaborado no LNEC um conjunto de programas de cálculo destinado a cobrir os principais tipos de estruturas de edifícios. O planeamento e a realização desta actividade constitui um trabalho de equipa e exige um suporte experimental importante, que lhe é proporcionado pela realização de estudos sobre modelos e pela observação do comportamento das construções sujeitas à acção de sismos de grande intensidade.

BIBLIOGRAFIA

[1] I, II, III e IV CONFERÊNCIAS MUNDIAIS DE ENGENHARIA SÍSMICA, S. Francisco, 1956, Tóquio, 1960, Wellington, 1965, Santiago do Chile, 1969.

[2] BORGES, J. F. e RAVARA, A. — *Earthquake Engineering*. Post-graduate Course 113, LNEC, 1969.

[3] MC COLLISTER, H., SIESS, C. e NEWMANN, N. — *Load-Deformation Characteristics of Simulated Beam-Column Connections in Reinforced Concrete*. Civil Engineering Studies, Struct. Res. Series, n.º 76, Univ. of Illinois, June 1954.

[4] RAVARA, A. — *Comportamento de Estruturas de Betão Armado sob a Acção dos Sismos*. Tese para especialista, LNEC, 1968.

[5] PEREIRA, J. — *Estudo do Comportamento Dinâmico dum Oscilador Elasto-Plástico Actuado por uma Solicitação Aleatória*. Tese para especialista, LNEC, 1964.

[6] RAMBERG, W. e OSGOOD, W. — *Description of Stress-Strain Curves by Three Parameters*. NACA TN 902, Jul. 1943.

[7] BERG, G. — *A Study of the Earthquake Response of Inelastic Systems*. 34th Annual Convention, Structural Engineers Association of California, Coronado, Oct. 1965.

[8] JENNINGS, P. — *Response of Simple Structures to Earthquake Excitation*. Ph. D. Thesis, Calif. Instit. of Techn., Pasadena, 1963.

[9] HUSID, R. — *Gravity Effects on the Earthquake Response of Yelding Structures*. Ph. D. Thesis, Calif. Instit. of Techn., Pasadena, 1963.

[10] KUNZ, K. S. — *Numerical Analysis*. McGraw Hill Book Co., 1957.

[11] HENRICI, P. — *Discrete Variable Methods in Ordinary Differential Equations*. John Wiley and Sons, 1962.

[12] RAVARA, A. — *Estudo do Oscilador Linear Solicitado por Acções Sismicas*. Relatório, LNEC, 1963.

[13] RAVARA, A. — *Estudo do Oscilador Bilinear Solicitado por Acções Sismicas*. Relatório, LNEC 1967.

[14] SILVA, M. T. V. — *Cálculo da Resposta de Osciladores de um e vários Graus de Liberdade*. Relatório, LNEC, 1969.

[15] QUIRINO, M. — *Programa ALGOL para a Análise Dinâmica em Regime não linear de Consolas Sujeitas a Acelerações Aplicadas na Base*. Relatório, LNEC, 1970.

[16] RAVARA, A. — *Dinâmica de Estruturas*. Curso de Especialização 111, LNEC, 1969.

[17] BORGES, J. F. e RAVARA, A. — *Recente Portuguese Research on Earthquake Engineering*. III European Conference on Earthquake Enginnering, Sofia, Sept. 1970.

[18] OLIVEIRA, C. e ROYO, J. — *Análise Dinâmica de Estruturas de Edifícios Redutíveis a Consolas, em Regime Linear e não linear*. Relatório, LNEC, 1970.

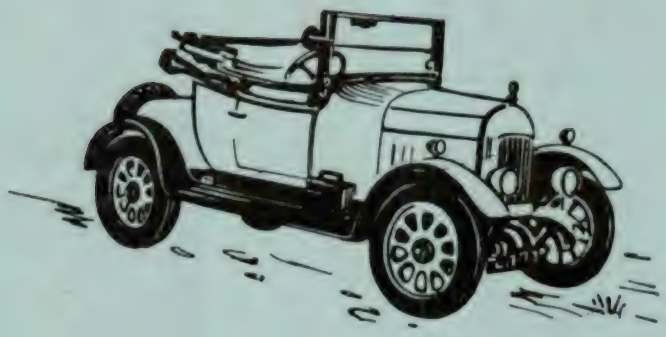
[19] CLOUGH, R. — *Matrix Analysis of Beams*. Journal of the ASCE, Jan. 1958.

TURBULENCE MODELS AND THEIR EXPERIMENTAL VERIFICATION

In our number 409 we will publish the general errata for the all series of articles under this tittle.

FEIRAS, CONFERÊNCIAS, EXPOSIÇÕES E CURSOS NO MUNDO

OBJECTIVO E PROGRAMA	LOCAL, DATAS, ORGANIZAÇÃO, INFORMAÇÕES
64th Annual Meeting of the Air Pollution Control Association	Atlantic City, 26-30 Junho-71 Air Pollution Control Association, 4400 5th Av., Pittsburg, Pa. 15213 E.U.A.
VIII Reunião da Conferência Mundial da Energia	Bucarest, 28 Junho — 2 Julho Comité Español en la Conferência Mundial de la Energia: Don Ramon de la Cruz, 37, Madrid — 1 Espanha
Étude des Foundations sur Sable, en Modèle Réduit (Do Ciclo do ITBTP)	Paris, 29 Junho-71 ITBTP; 9, Rue la Pérouse, Paris, XVI
Introdução à Técnica Financeira para Dirigentes	Luanda — Julho-71 INII e AIA Lourenço Marques — Julho-71 INII e AIM
Análise de Mercados	Lisboa, Julho-71 INII
Organização e Simplificação do Trabalho Administrativo	Lisboa, Julho-71 INII
Simpósio Sobre Fluídicos	Praga, 1.ª Semana de Julho-71 FAC, Postfacka 1139, D-4000, Dusseldorf-1, Alemanha
Planeamento e Controle da Produção na Indústria de Máquinas Ferramentas	Porto, 1-3 Julho-71 INII
Feira de Amostras de Bilbau	Bilbau, 1-12 Julho-71
Funções e Tarefas dos Chefes de Serviços	Lisboa, 5-7 Julho-71 COPRAI
Congresso «Euromech 25» Sobre Métodos de Perturbações Singulares em Mecânica	Paris, 5-Julho-71 M. H. Cabannes, prop. de Mécanique, Tour 66 — Faculté des 'Sciences de Paris, 9, quai Saint-Bernard, Paris-5.e, França
4th Symposium and Exhibition on Aduanced Industrial Measurement and Control (Aimex 1971)	Cardiff, 5-9 Julho-71 University of Wales, Institute of Science and Technology, Dept. of Applied Physics, Cathays Park, Cardiff, Inglaterra
3rd International Congress on Crystal Growth	Marselha, 5-9 Julho-71 B. Mutafischief (Gen. Sec. of ICC 63), Laboratoire des Mecanismes de la Croissance Crystalline, Faculte des Sciences de Marseille, Saint-Jerome, 13-Marseille (13 e) França



OS VELHOS CALHAMBEQUES SÃO MAIS JOVENS DO QUE NÓS

Durante meio século respondemos sempre às exigências da Indústria Automóvel.

E quanto ela evoluiu...

Mais leves, de linhas mais funcionais, de maior potência, e cada vez com maior duração, são algumas das características actuais das nossas baterias...

mas sabe que ainda não estamos satisfeitos?

A SUA SATISFAÇÃO É O NOSSO OBJECTIVO MAIOR.

TUDOR

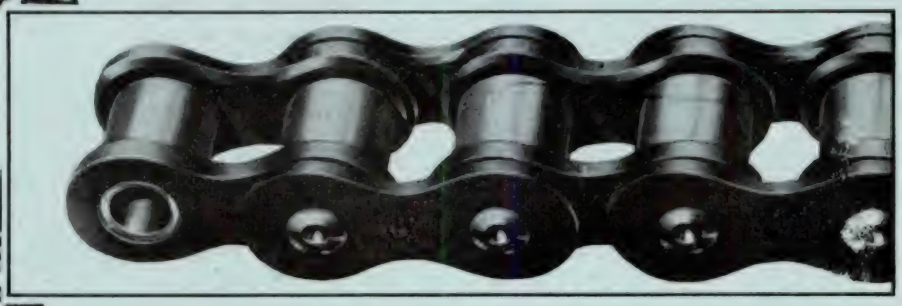
1920 — 1970

TUDOR 50 ANOS

LISBOA · TOMAR · C. BRANCO · PORTO · COIMBRA · VISEU · ÉVORA · BRAGA · SETÚBAL · AVEIRO · FARO

RENOLD LIMITED

Correntes de rolos de precisão e rodas — RENOLD



Correntes de precisão com passos de 0,25" ate 5,00", obedecendo às normas BS, AS e API.

Transmissões completas, em estoque, até 670 HP.
Transmissões padronizadas, sob encomenda, até 4250 HP

RENOLD

HOLROYD

Outrós produtos para a transmissão de forca e manejo mecânico, incluindo:

CORRENTES DE ROLOS DE PRECISÃO E RODAS
ENGRENAGENS E REDUTORES, DE REDUÇÃO FIXA E VARIAVEL,
LUVAS DE ACOPLAMENTO E EMBRAEAGENS

Informações técnicas sobre a linha completa de produtos RENOLD e HOLROYD na:

HARKER SUMNER & CIA., LDA.
38 Rua de Ceuta, 48
PORTO
Apartado No. 162. Tél: 27054 (4 linhas)
14 Largo do Corpo Santo, 18
LISBOA-2
Tél: 324823, 35124

RENOLD

RENOLD LIMITED
MANCHESTER · ENGLAND

C. D. U. 519.24/25/28 : 56.006 : 622.1.001.1 = 690

APLICAÇÕES DA GEOESTATÍSTICA (*)

por HENRIQUE GARCIA PEREIRA
Engenheiro Químico-Industrial

RESUMO

Em três problemas práticos, pretende-se provar que os métodos da geoestatística, na medida em que conferem ao depósito mineral uma certa «estrutura» que lhe é dada pelo modo particular como ocorreu a mineralização, conduzem a menores erros do que um tratamento pela estatística clássica.

Esses problemas são:

1. Definição da superfície e volume mineralizado. Erro deste cálculo.

2. Variância de extensão de uma amostra à sua zona de influência.

3. A Krigeagem — ou seja a procura do melhor estimador para um certo parâmetro (aquele que minimize a variância definida em 2.).

SYNOPSIS

In three practical problems, it is intented to prove how geostatistic methods, as they take in accout the «structure» given to the ore deposit by its particular mineralization, lead to better significance levels (to smaller errors) than classical statistics. Those problems are:

1) Definition of the deposit surface and volume. Error of this calculation.

2) Extension variance of a sample to its influence zone.

3) The Krigeage — the search of the best estimation of a certain paramether minimizing the variance treated in 2.).

1. DEFINIÇÃO DA SUPERFÍCIE DE UM JAZIGO

No reconhecimento de um depósito mineral e no cômputo das suas reservas, pretende-se em primeira análise defini-lo em planta — estimar a sua superfície e calcular o erro dessa estimativa. Temos uma rede regular de sondagens que nos dão uma informação — a sondagem encontra a formação ou não. Define-se uma função k (x) — chamada indicatriz — tal que toma o valor 1 se a sondagem encontra a formação e o valor 0 se não encontra.

Formemos agora o produto k (x). k (x + h), capaz de nos dar já uma ideia da *estrutura* do jazigo (sendo x uma coordenada de espaço, esse produto é o produto dos valores da indicatriz em dois pontos distantes do vector h). Então k (x). k (x + h) vale 1 se os dois pontos pertencem ambos à formação e vale o no caso contrário.

Integrando em x (*), obtemos o chamado *covariograma geométrico* associado à estimação, que é uma função característica de um conjunto de métodos da geoestatística denominados métodos transitivos que são adequados à resolução de problemas de transição, de fronteira:

$$k(h) = \int_{-\infty}^{+\infty} k(x).\,k(x+h)\,dx$$

Se dx representar um elemento de superfície, k (h) é a *Medida* da superfície intersepção de S com S transladada de $-h$ (a integranda só existe dentro desse domínio e aí vale 1):

$$k(h) = \text{Med}\ S \cap S_{-h}$$

Vejamos algumas propriedades do covariograma:

a) $K(h) = K(-h)$

b) $K(o) = S$

c) $K(h) = K(o)$

(*) — Em tudo o que se segue, x representa um vector a n coordenadas. Pode ser uma coordenada linear, de superfície ou de volume e o integral correspondente pode ser duplo ou triplo.

(*) Texto base de um colóquio realizado no Laboratório de Preparação de Minérios do I.S.T. e integrado no Seminário de Geoestatística e Automação do Núcleo de Tratamento de Minérios do C.E.E.N.

Estas propriedades estão patentes na interpretação gráfica da Fig. 1:

A função é simétrica, parte da origem com o valor S e anula-se para um valor a, dito *amplitude* («portée») que coincide com o diâmetro aparente da superfície na direcção α do vector h. Vemos portanto que existe um covariograma (no caso geral da superfície ser irregular) para cada direcção do vector h, veículo da translacção.

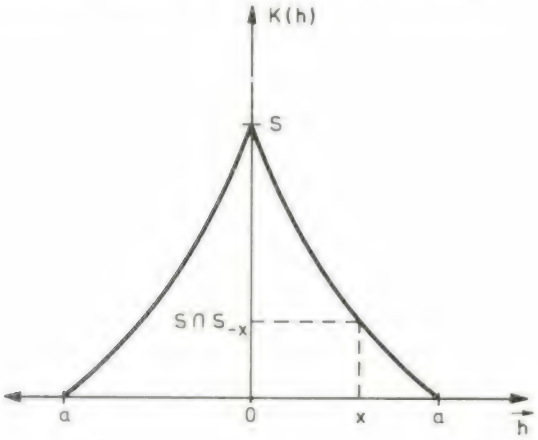


Fig. 1

Outra propriedade importante do covariograma é o comportamento na vizinhança da origem — se h é suficientemente pequeno, o covariograma é linear:

$$K(h) = K(o) - D_\alpha h$$

onde D_α é o diâmetro aparente da superfície perpendicularmente a α, e portanto $D_\alpha h$ é a superfície infinitesimal que é necessário retirar a S (que é K (o)) para obter $S \cap S^{-h}$.

$$\text{Então, } D_\alpha = \lim_{h \to o} \frac{K(h) - K(o)}{h}$$

ou seja, o diâmetro D_α é a derivada do covariograma na origem e este pode obter-se de D_α por integração.

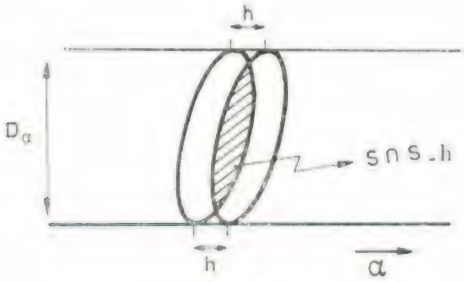


Fig. 2

Utilizando o covariograma geométrico como ferramenta, formulemos o problema que nos propusémos:

Consideremos uma formação mineralizada S reconhecida através de sondagens dispostas segundo uma malha regular rectangular de lados a_1 e a_2. Um estimador dessa superfície será (*):

$$\overset{*}{S} = a_1 a_2 \sum_i \sum_p K(x_o + i a_1, y_o + p a_2)$$

onde K (x, y) (com $x = x_o + a_1 i$ e $y = y_o + a_2 p$), é a indicatriz, agora explicitada a duas dimensões, que vale 1 se a sondagem centrada em (x, y) encontra a formação e o no caso contrário.

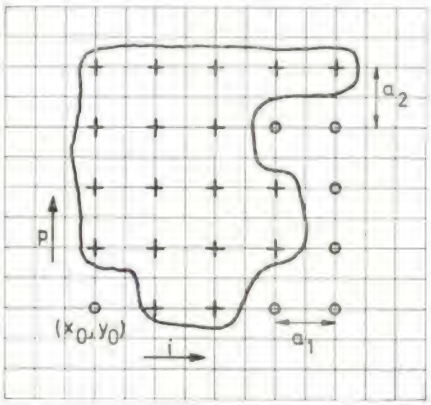


Fig. 3

Portanto, o duplo somatório dá o número n de sondagens positivas usando esta rede com a origem *aleatòriamente* implantada em (x_o, y_o). Assim, S será uma variável aleatória (por força da implatação aleatória da origem — ao iniciarmos uma campanha de sondagens não temos nenhuma ideia de onde centrar a origem da rede e o valor obtido para o estimador $\overset{*}{S}$ depende do ponto escolhido para origem). O estimador $\overset{*}{S}$ é «bom» se a esperança matemática $E(\overset{*}{S}) = S$ e o erro cometido é $S - \overset{*}{S}$. Vamos tratar o problema a uma dimensão. Para isso suporemos que o erro cometido na estimação de uma linha por uma série de sondagens descontínuas é independente do erro que se comete estendendo o valor obtido anteriormente à sua zona de influência.

(*) $\overset{*}{X}$ representa sempre o valor estimado da variável cujo verdadeiro valor (desconhecido) é X.

Então um estimador do comprimento da linha *i* é

$$\overset{*}{L}_i = a_2 \sum_p K(x_o + a_1 i,\ y_o + a_2 p)$$

$\overset{*}{S}$ pode escrever-se: $\overset{*}{S} = a_1 \sum_i \overset{*}{L}_i$

e $$S - \overset{*}{S} = S - a_1 \sum_i \overset{*}{L}_i$$

somando e subtraindo $a_1 \sum_i L_i$, obtemos

$$S - \overset{*}{S} = (S - a_1 \sum_i L_i) + a_1 \sum_i \left(L_i - \overset{*}{L}_i \right) \quad (1)$$

O primeiro termo, $S - a_1 \sum_i L_i$, é o erro de fatias (erro que se comete admitindo que já se conhece o verdadeiro valor dos L_i e que trabalhamos a uma dimensão — ao longo dos *p* — como se cada comprimento L_i estivesse acumulado num ponto) e o $L_i - \overset{*}{L}_i$ é o termo de linhas (erro que se comete por termos amostrado o comprimento L_i por sondagens descontínuas).

Assim, o erro em S será a soma do erro de fatias com o produto de a_1 pelo erro de linhas. Vamos calcular cada um destes erros independentemente.

O erro de linhas pode obter-se pelo seguinte raciocínio:

Suponhamos um jazigo linear de comprimento b, a estimar, reconhecido por uma malha regular de sondagens de passo *a*. A implantação aleatória da origem leva a que o jazigo possa admitir *n* sondagens positivas e então b = na ou *n* + *1* sondagens positivas — e então b = (n + 1) a. Se for εa o comprimento que o jazigo tem a mais do que *na* (com $\varepsilon < 1$), o verdadeiro valor b (desconhecido) é b = (na + ε a) e a probabilidade de implantação da origem entre *0* e $(1-\varepsilon)\ a$ é $(1-\varepsilon)$. A probabilidade de implantação entre $(1-\varepsilon)a$ e *a* é ε. Á primeira possibilidade corresponde um valor *na* e à segunda, (n + 1) a.

Calculemos a esperança e a variância do estimador:

$$E\ (\overset{*}{b}) = (n+1)\,a\,.\,\varepsilon + na\,.\,(1-\varepsilon) = na + \varepsilon a = b$$

$$\sigma^2\ (\overset{*}{b}) = E\,(b - \overset{*}{b})^2 = E\,(\overset{*}{b})^2 - E\,(b)^2$$

$$\sigma^2\ (\overset{*}{b}) = (n+1)^2\ a^2\,.\,\varepsilon + n^2\ a^2\ .\ (1-\varepsilon) - (na + \varepsilon a)^2$$

$$\sigma^2 (\overset{*}{b}) = (\varepsilon - \varepsilon^2)\ a^2$$

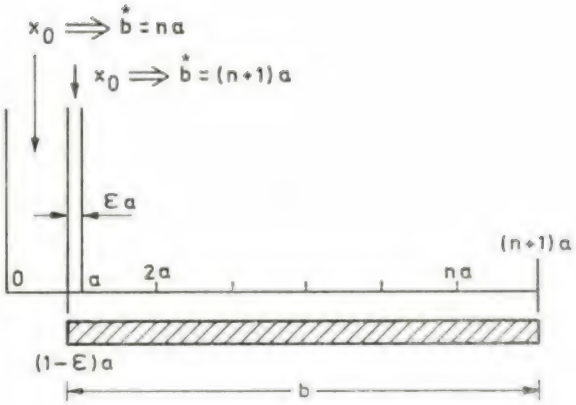


Fig. 4

O valor médio desta expressão, admitindo uma distribuição de probabilidade uniforme, é

$$\sigma^2(\overset{*}{b}) = \frac{1}{1}\ a^2 \int_0^1 (\varepsilon - \varepsilon^2)\ d\varepsilon = \frac{1}{6}\ a^2$$

Este valor que obtivemos por um raciocínio puramente probabilístico foi obtido por Matheron[1] por tratamento sobre o covariograma. Concluiu que os termos em — *r* do covariograma dão para a variância termos em 1/6 a^2 (o que nos leva a concluir que o covariograma da estimativa de um segmento por uma rede de sondagens regular é linear, como é fácil de verificar), os termos $r^2 \log r$ dão termos em 0,0609 a^3 e de um modo geral, os termos em r^λ dão para a variância termos em $A_\lambda\ r^{\lambda+1}$ (com λ impar). A estas relações que permitem passar directamente do covariograma para a variância, chamou Matheron princípios de correspondência.

Quanto ao erro de fatias, esse não pode ser calculado sobre o covariograma geométrico associado à estimação (que é linear, da forma k (h) = k (o) — D h), mas sim sobre este depois de ter sofrido uma «montée» de primeira ordem de modo a ter em conta a acumulação das diversas linhas nos pontos distanciados de a_1. Sobre a teoria da montée, ver[1] e [2]. Para as aplicações, o problema põe-se assim: Dado um teor em volume t (x, y, z) — variável regionalizada dotada de um covariograma a três dimensões — se integrarmos os teores ao longo dos ZZ, obtemos um teor em superfície ou acumulação no ponto (x,y):

$$t\,(x, y) = \int_1^{z_2} t\,(x, y, z)\ dz$$

t (x, y) será uma nova variável regionalizada dotada de um novo covariograma que pode ser obtido do anterior por «montée».

Matheron demonstra que a montée pode ser efectuada directamente sobre o covariograma (sem ser necessário integrar sobre a própria variável) e dá para esta operação uma série de princípios de correspondência (paralelos aos já escritos para as variâncias):

$$r^{\lambda} \rightarrow r^{\lambda+1}$$
$$\log r \rightarrow \pi r$$
$$-r \rightarrow r^2 \log r$$

Então para o nosso problema, se o covariograma é linear, o termo de linhas dá $1/6\ D\ a_2^2$ e o termo de fatias obtém-se do covariograma monte — que é $D\ h^2 \log h$ — pelos princípios de correspondência escritos para a variância e dá $D \times 0{,}0609\ a_1^3$.

Então $\sigma^2(S) = D\left(0.0609\ a_1^3 + \frac{1}{6}\ a_1\ a_2^2\right)$ como se vê de [1]

Fazendo $D = N_1\ a_1 = N_2\ a_2$ e dividindo por $S^2 = (n\ a_1\ a_2)^2$, obtém-se

$$\frac{\sigma^2(S)}{S^2} = \frac{1}{n^2}\left(\frac{1}{6}\ N_1 + 0.0609\ \frac{N_2^2}{N_1}\right) \qquad [2]$$

fórmula importante para as aplicações, onde n é o número total de sondagens positivas, N_1 e N_2 são o número de sondagens máximo nas direcções p e i respectivamente (Fig. 3) com $N_2 \geq N_1$.

Sobre a aplicação concreta da fórmula [2] convém fazer as seguintes observações:

1 — Se as direcções α_1 e α_2 de maior e menor dimensão do jazigo não coincidem com as direcções de propagação da malha, a fórmula [2] não é directamente aplicável e teremos de corrigir (segundo SERRA (3)) a anisotropia da malha em face do jazigo através de uma afinidade de eixo α_1 e módulo D_1/D_2. Então a malha (por hipótese rectangular) torna-se num paralelogramo de lados β e β' e ângulo agudo θ (Fig. 5) e a variância na estimativa da superfície é

$$\sigma_s^2 = K_1\ A^{3/2} \sqrt{D_1\ D_2}\ ,$$

onde k_1 é uma função de θ, β e β' dada em ábacos em (3) e $A = bb'$ é a área da malha antes de sofrer a transformação.

$$\overline{AC} = \frac{D_1}{D_2} \cdot \overline{AB}$$

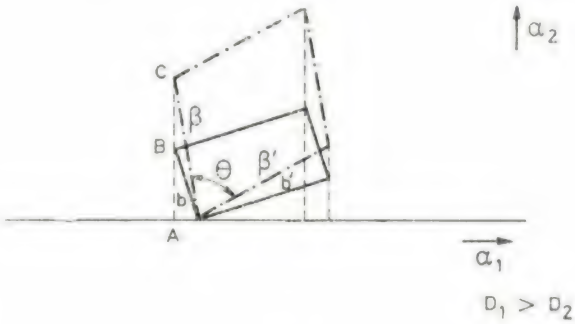


Fig. 5

No caso de malhas regulares, K_1 toma a forma simples

$$K_1 = \frac{1}{6}\left(\frac{\beta'}{\beta \operatorname{sen} \theta}\right)^{1/2} + 0.0609\left(\frac{\beta'}{\beta \operatorname{sen} \beta}\right)^{-3/2}$$

onde se reconhece a estrutura da fórmula [2] apresentada anteriormente, mas corrigida para anular o efeito da anisotropia.

2 — No caso do jazigo conter pontos interiores de sondagens nulas, n continua a ser o número total de sondagens positivas, mas a contagem dos N_1 e N_2 faz-se como se segue:

Considera-se $2D_1$ como todo o perímetro mineralizado (que é um múltiplo da malha) tanto no interior como no exterior do jazigo paralelamente a uma das direcções de alongamento e $2D_2$ paralelo à outra. Então $N_1 = \frac{D_1}{a}$ e $N_2 = D_2/a$ (se a malha for quadrada e a direcção de propagação da malha coincidir com a dimensão máxima do jazigo).

Apliquemos a noções apresentadas ao cálculo do volume mineralizado de um jazigo sedimentar de ferro, representado esquemàticamente em planta na Fig. 6:

Os números que afectam cada sondagem representam a altura mineralizada em metros e a malha é rectangular de 100×200 m.

Calculemos primeiro um estimador da superfície e o respectivo erro:

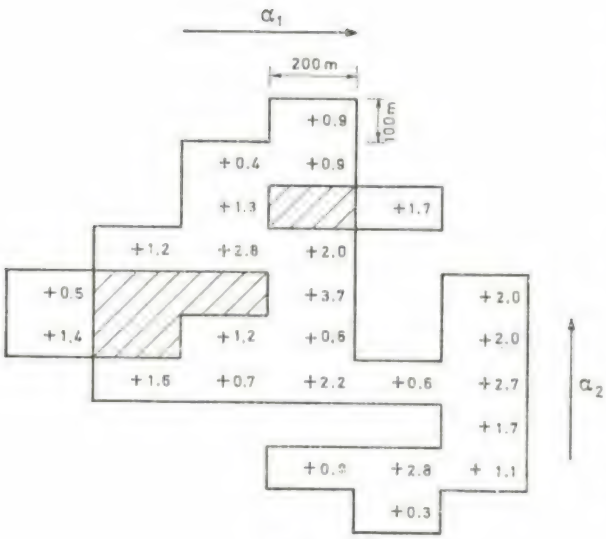


Fig. 6

Escolhidas as direcções α_2 e α_1 de maior e menor desenvolvimento do jazigo, teremos

$n = 25$

$a = 100\,m \qquad 2\,D_2 = 30\,a$

$$N_2 = \frac{30 \times 100}{2 \times 100} = 15$$

$b = 200\,m \qquad 2\,D_1 = 24\,b$

$$N_1 = \frac{24 \times 200}{2 \times 200} = 12$$

a fórmula (2) dá $\dfrac{\sigma^2}{S^2} = \dfrac{1}{25^2}\left[\dfrac{12}{6} + 0.0609\,\dfrac{15^2}{12}\right]$

$$\frac{\sigma^2}{S^2} = 0.005 \qquad \frac{\sigma}{S} = 0.07 \qquad \frac{2\,\sigma}{S} = 14\,\%$$

O estimador da superfície é

$$\overset{*}{S} = 25\,(200 \times 100) = 500\,000\,m^2$$

$S = \overset{*}{S} \pm 2\,\dfrac{\sigma}{S}$ com um nível de significância de 95 %

$S = 500\,000 \pm 14\,\%$ ou $S = (500 \pm 70) \times 10^3\,m^2$

Já conhecemos a área do jazigo e calculámos o erro dessa estimação através da fórmula [2], desconhecida da estatística clássica, que faz intervir as noções de covariograma e de «montée» e confere assim à variável em estudo um certo aspecto estrutural (não é uma variável puramente aleatória, é uma variável regionalizada). De resto notemos a dificuldade que existe em dar um tratamento probabilístico a uma variável do tipo tudo ou nada — a sondagem encontra ou não a formação — e este acontecimento não pode vir afectado por nenhuma probabilidade.

Para calcular o volume do jazigo vamos dar à variável «altura mineralizada» um tratamento diferente. Se for h_i a altura de minério obtida em cada sondagem, uma estimativa do volume mineralizado será

$$\overset{*}{V} = s \sum_i h_i$$

onde s é a área de um pequeno rectângulo de área *ab*, centrado no ponto x_i.

$$\overset{*}{V} = s\,n\,\frac{\sum_i h_i}{n}$$

onde *n* é o número de sondagens.

O volume é pois igual ao produto da área total pela altura média.

Supondo S e $\bar{h}$ duas variáveis independentes,

$$\frac{\sigma_v^2}{V^2} = \frac{\sigma_s^2}{S^2} + \frac{\sigma_{\bar{h}}^2}{\bar{h}^2}$$

Já calculámos σ_s^2 pelos métodos da geoestatística. Vamos calcular $\sigma_{\bar{h}}^2$ pelos métodos da estatística clássica. Vamos considerar assim os valores das espessuras mineralizadas como a realização de uma certa variável aleatória, com uma certa lei de distribuição de probabilidade constante (mas desconhecida):

$$\bar{h} = \frac{\sum h_i}{n} = 1.52 \quad \text{e} \quad \sum_i h_i^2 = 74.05$$

$$\sigma_{hi}^2 = \frac{\sum h_i^2}{n} - \bar{h}^2 = 0.64$$

$$\sigma_{\bar{h}}^2 = \frac{\sigma_{hi}^2}{n} = \frac{0.64}{25} = 0.0256$$

$$\frac{\sigma_{\bar{h}}^2}{\bar{h}^2} = \frac{0.0256}{2.32} = 0.011$$

$$\frac{\sigma_{\bar{h}}}{\bar{h}} = 0.105 \quad \text{e} \quad \frac{2\,\sigma_{\bar{h}}}{\bar{h}} = 0.21$$

Como $\overset{*}{h} = \overline{h} = 1.52$,

$$h = \overset{*}{h} \pm \frac{2\,\sigma_{\overline{h}}}{\overline{h}} = 1.52 \pm 21\,\%$$

ou $\quad h = (1.52 \pm 0.32)$ m

Como vemos, o erro relativo na altura (com o mesmo nível de significância de 95 %) é de 21 %, enquanto que o erro na superfície é apenas 14,0 %. Esse erro é inferior na estimativa da superfície S (apesar das irregularidades do jazigo) porque conferimos a essa variável uma certa *estrutura* (ao aplicarmos os métodos da geoestatística). E essa estrutura é *real*, dado que o jazigo foi formado de uma certa *maneira* (explicada pela geologia) que não pode ser considerada aleatória. O cálculo da variância pela estatística clássica (erro do valor médio das espessuras) conduziu a um estimador «pior».

Vejamos o peso dos dois erros no erro volume:

$$\frac{\sigma_v^2}{V^2} = 0.005 + 0.011 = 0.016$$

$$\frac{\sigma_v}{v} = 0.126 \qquad 2\,\frac{\sigma_v}{v} = 0.252$$

$$\overset{*}{V} = (500\,000 \times 1.52) \pm 25.2\,\%$$

ou $\quad \overset{*}{V} = (760 \pm 192) \times 10^3\ m^3$

A maior participação do erro relativo no volume é dada pelo erro das espessuras mineralizadas. Como poderemos calcular esse erro de um modo mais correcto? Veremos na segunda parte deste trabalho que o carácter estrutural (que é real) de uma mineralização pode ser introduzido pelo conhecimento do semivariograma, função que permite calcular a variância de extensão da altura de cada poço ao seu rectângulo de influência de área *ab*.

2. VARIÂNCIA DE EXTENSÃO E DE ESTIMAÇÃO

Vamos considerar a noção da variância de extensão como sendo a variância do erro que se comete atribuindo o valor de um dado parâmetro mineiro (por exemplo, um teor) dum determinado domínio a outro domínio onde ele é, por hipótese, desconhecido.

Esse parâmetro será tratado como uma *Variável Regionalizada*, conceito introduzido por Matheron para designar aquelas variáveis cuja evolução no espaço, embora não obedecendo a nehuma lei rígida (conhecida), não pode ser considerada como puramente aleatória. É este carácter de *regionalização* que permite sujeitar a distribuição da variável a determinadas hipóteses, como vamos ver: Seja x a coordenada de espaço e Y (x) a variável em estudo. O facto de não podermos, sobre esta variável, aplicar a inferência estatística (não podemos repetir provas no mesmo ponto do espaço, porque o teor num ponto é único) exige que consideremos o conjunto dos teores conhecidos como uma (e a única) *realização* de uma determinada Função Aleatória cuja lei de distribuição da probabilidade é evidentemente impossível de determinar a partir de uma única realização. A hipótese que nos permite ficar a conhecer mais qualquer coisa sobre a lei de distribuição dos Y (x) é a chamada hipótese INTRÍNSECA que consiste em admitir a estacionaridade dos quadrados dos acréscimos de Y (x) e que nos leva pois a definir uma função γ (x), chamada *semi-variograma* ou função intrínsica, que só depende do vector h que traduz o acréscimo:

$$\gamma\,(h) = \frac{1}{2}\,E\left[Y\,(x+h) - Y\,(x)\right]^2$$

Desenvolvendo o quadrado e restrigindo um pouco mais a hipótese (introduzindo a estacionaridade de segunda ordem, que consiste em admitir que a variância e a covariância são independentes do ponto de apoio), temos que o primeiro e o terceiro termos do desenvolvimento são iguais e a sua soma corresponde à variância à priori da função aleatória cuja realização é o conjunto dos valores conhecidos para Y (x).

Nesta hipótese:

$$\gamma\,(h) = K\,(o) - K\,(h)$$

onde K (O) é a variância à priori e K (h é a covariância.

Nas funções aleatórias usuais, K (h)tende para O quando $h \longrightarrow \infty$ (é intuitivo que uma medida da interdependência das duas variáveis se deve anular para uma distância infinitamente grande entre amostras) e então $\gamma\,(\infty) = K\,(O)$. Assim (e sempre que houver uma variância à priori

finita para todos os h, por maiores que sejam, como é o caso na maioria dos jazigos de dimensões bem definidas, de fronteiras nítidas, especialmente nos sedimentares (*), o semi-variograma será uma função crescente de h, até atingir um patamar cuja ordenada é K (O) que se inicia a uma abcissa b, dita amplitude, cujo significado físico é claro: é a distância a partir da qual passa a haver independência entre amostras.

γ (h) terá um andamento como o que se representa na (Fig. 7), será uma função par e não negativa partindo da origem:

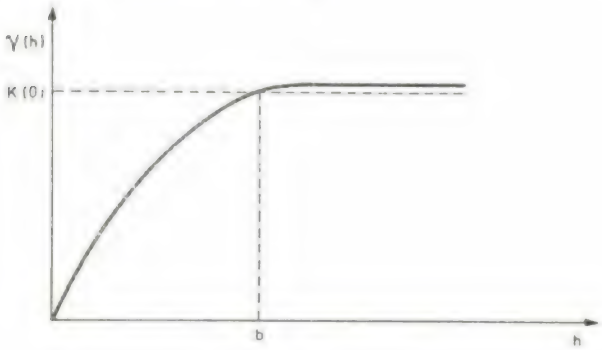


Fig. 7

Evidentemente que haverá um semi-variograma para cada direcção do vector h (o que é um útil instrumento de análise e interpretação das anisotropias da regionalização). Como se constrói, na prática, um semi-variograma? Dispondo de uma carta do jazigo em que a variável regionalizada em estudo está referida às sondagens respectivas, escolhe-se a direcção α segundo a qual queremos calcular o semi-variograma e, segundo essa linha, vamos fazendo as diferenças $X_2 - X_1$ $X_5 - X_2, \ldots X_{n+1} - X_n$ e dividimos os quadrados dessas diferenças pelo seu número n, obtendo assim o ponto γ (1). Fazendo agora as diferenças de dois em dois pontos, de três em três, etc, quadrando e achando a média dos quadrados, obtemos do mesmo modo γ (2), γ (3), etc. Como regra geral, pode dizer-se que o variograma não deve ter mais de 1/4 do número de pontos conhecidos para o jazigo. Assim obtemos um variograma prático ao qual assimilamos um «esquema» teórico (esquema linear, esférico, de De Wijs) e passamos a trabalhar sobre esse «esquema» que nos dá uma expressão analítica para γ (h). Conhecido o semi-variograma, podemos iniciar sobre ele o cálculo das diversas variâncias de extensão e estimação.

Designa-se por *Variância de Extensão* a variância do erro que se comete tomando o teor do volume v' (desconhecido) pelo teor do volume v (que se conhece). Designando por Z (v) e Z (v') os teores médios nesses dois volumes, as suas expressões, admitindo uma distribuição uniforme da variável regionalizada são:

$$Z(v) = \frac{1}{v} \int_v Y(x)\, dx$$

$$Z(v') = \frac{1}{v'} \int_{v'} Y(x)\, dx$$

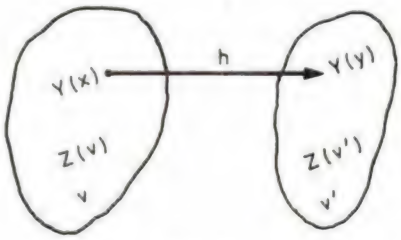


Fig. 8

A variância de extensão é

$$\sigma_E^2 = E\left\{z(v) - z(v')\right\}^2 = \sigma_v^2 - 2\,\sigma_{vv'} + \sigma_{v'}^2$$

onde σ_v^2 designa a variância da variável regionalizada Z (v) em v, $\sigma_{v'}^2$, representa a mesma variância em v', e $\sigma_{vv'}$, a covariância.

Substituindo os teores médios pelas suas expressões,

$$\sigma_v^2 = \frac{1}{v^2} E \int_v \int_v Y(x)\, Y(y)\, dx\, dy$$

$$\sigma_{v'}^2 = \frac{1}{v'^2} E \int_{v'} \int_{v'} Y(x)\, Y(y)\, dx\, dy$$

$$\sigma_{vv'} = \frac{1}{vv'} E \int_v \int_{v'} Y(y)\, Y(x)\, dx\, dy$$

(*) Uma excepção a esta hipótese da estacionaridade de segunda ordem (mas que não tira generalidade a γ (h) porque este é só definido com base na hipótese intrínseca), são os jazigos do Rand da África do Sul, em que γ (h) aumenta indefinidamente com h (satisfazem ao chamado esquema de De Wijs — γ (h) = 3 α log h).

Amitindo que se pode permutar o integral com a esperança (o que é válido porque a esperança corresponde a uma integração),

$$\sigma_v^2 = \frac{1}{v^2} \int_v \int_v K\,(x-y)\,dx\,dy$$

$$\sigma_{v'}^2 = \frac{1}{v'^2} \int_{v'} \int_{v'} K\,(x-y)\,dx\,dy$$

$$\sigma_{vv'} = \frac{1}{vv'} \int_v \int_{v'} K\,(x-y)\,dx\,dy$$

onde K (x — y) é a covariância dos valores tomados pela variável regionalizada Y (x) em dois pontos quaisquer x e y (que podem varrer quaisquer dos dois domínios v e v' (ou os dois simultâneamente).

Substituindo K (x - y) por K (O) — γ (x - y) (o que corresponde, como vimos, a admitir estacionaridade de segunda ordem), obtém-se:

$$\sigma_E^2 = \frac{2}{vv'} \int_v \int_{v'} \gamma\,(x-y)\,dx\,dy - \frac{1}{v^2} \int_v \int_v \gamma\,(x-y)\,dx\,dy) - \frac{1}{v'^2} \int_{v'} \int_{v'} \gamma\,(x-y)\,dx\,dy$$

que é a expressão geral da variância de extensão.

Passemos agora ao caso descontínuo — o valor v é reconhecido por N sondagens pontuais. Formemos um estimador $\overset{*}{Z}$ (v), fazendo a média aritmética dos diferentes teores em v.

$$Z\,(v) = \frac{1}{v} \int_v Y\,(y)\,dx$$ é o verdadeiro teor do volume v

$$\overset{*}{Z}\,(v) = \frac{1}{N} \sum_1^N Y\,(x_i)$$ é o estimador

Designa-se por *Variância de Estimação* a variância do erro Z (v) — $\overset{*}{Z}$ (v) e calcula-se como no caso anterior, obtendo-se:

$$\sigma_e^2 = \frac{2}{Nv} \sum_i \int_v \gamma\,(x-y)\,dx - \frac{1}{v^2} \int_v \int_v \gamma\,(x-y)\,dx\,dy - \frac{1}{N^2} \sum_i \sum_j \gamma\,(x_i - y_j)$$

Como vemos, estas expressões dependem só do semi-variograma. Conhecido este, poderemos calcular qualquer variância e portanto conhecer o erro que se comete estimando qualquer parâmetro através de um sistema de sondagens.

Vejamos o caso prático mais interessante que é o caso do reconhecimento através de uma malha regular. Vamos ver como a fórmula geral atrás escrita se simplifica e se pode aplicar.

Consideremos uma malha regular de sondagens de passo a: No centro de cada intervalo está implantada uma sondagem, como se representa na Fig. 9 (trata-se do chamado dispositivo centrado a uma dimensão). Vamos ver o erro que se comete estimando o teor médio do segmento L pela média aritmética dos teores das sondagens. Admitindo a independência dos erros, podemos supor que a variância de estimação que pretendemos é o quociente por N (número de sondagens) da variância de extensão elementar da sondagem implantada em x_i ao seu segmento de influência a.

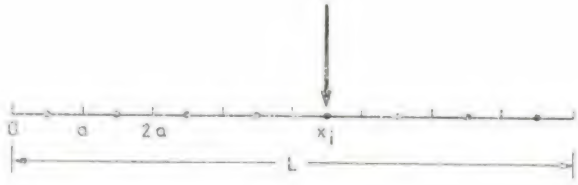


Fig. 9

Fazendo na fórmula geral da variância de estimação N = 1 (uma sondagem) e i = 1 (o somatório tem um só termo), obtém-se notando que v = a e h = x — y:

$$\sigma_e^2 = \frac{2}{a} \int_a \gamma\,(x-y)\,dx - \frac{1}{a^2} \int_a \int_a \gamma\,(x-y)\,dx\,dy$$

$$\sigma_e^2 = 2 \times \frac{2}{a} \int_0^{a/2} \gamma\,(h)\,dh - \frac{1}{a^2} \int_0^a \int_0^a \gamma\,(x-y)\,dx\,dy$$

Introduzindo as funções auxiliares

$$\gamma\,(h) = \frac{1}{h} \int_0^h \gamma\,(x)\,dx$$

$$F\,(h) = \frac{1}{h^2} \int_0^h \int_0^h \gamma\,(x-y)\,dx\,dy$$

que estão tabuladas em (2), obtemos a expressão da variância de extensão para o dispositivo centrado a uma dimensão:

$$\sigma_e^2 = 2\,\gamma\,(a/2) - F(a)$$

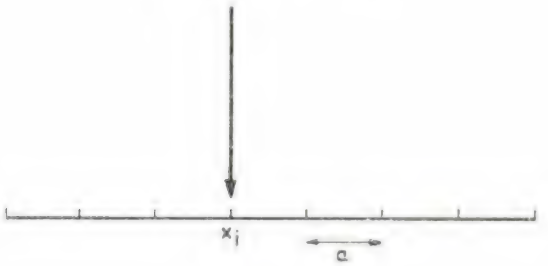


Fig. 10

No caso da Fig. 10, temos o chamado dispositivo fechado em que as sondagens estão implantadas nos nós da malha regular de passo *a*. Neste caso vem para a variância elementar:

$$\sigma_e^2 = \frac{2}{a}\int_0^a \gamma(x-y)\,dx - \frac{1}{4}\,2\gamma(x_{i+1}-x_i) - \frac{1}{a^2}\int_a\int_a \gamma(x-y)\,dx\,dy$$

$$\sigma_e^2 = 2)\,\gamma(a) - \frac{1}{2}\,\gamma(a) - F(a)$$

Procuremos aplicar as noções apresentadas ao cálculo da variância de extensão do erro que se comete estendendo o valor da espessura mineralizada de uma sondagem à sua zona de influência.

Para tal, já vimos que temos de adaptar um «esquema» teórico ao variograma experimental. Como o jazigo apresentado no ponto 1 é demasiadamente pequeno para permitir uma adaptação correcta, trabalharemos sobre outro jazigo da mesma formação e suporemos que os resultados são extrapoláveis. O jazigo apresenta uma forma aproximadamente elíptica com duas direcções principais (correspondentes aos eixos principais da elipse) que designaremos por D_1 e D_2.

Segundo D_1, os valores das espessuras mineralizadas apresentam-se no quadro a seguir:

i	X_i
1	1,00
2	0,70
3	3,80
4	0,00
5	1,10
6	1,70
7	0,90
8	3,40
9	1,70
10	3,30
11	6,00
12	0,55
13	0,50
14	1,00
15	0,80
16	3,50
17	3,20
18	1,50
19	1,40
20	3,80
21	1,40

O processo de cálculo já apresentado permitiu obter os valores seguintes para o variograma:

$$2\gamma(1) = 3{,}5$$
$$2\gamma(2) = 5{,}7$$
$$2\gamma(3) = 3{,}8$$
$$2\gamma(4) = 5{,}0$$

Segundo a direcção perpendicular D_2, os valores das espessuras mineralizadas são apresentadas no quadro seguinte:

i	X^i
1	1,30
2	5,10
3	2,55
4	3,80
5	1,30
6	6,00
7	4,50
8	2,30
9	4,80
10	4,30
11	1,50
12	1,90
13	1,30

A existência de uma trincheira com amostras de 50 em 50 m permitiu obter um ponto suplementar — $\gamma(1/2)$.

Os valores do variograma experimental segundo D_2 apresentam-se a seguir:

$$2\gamma(1/2) = 1{,}25$$
$$2\gamma(1) = 6{,}0$$
$$2\gamma(2) = 5{,}0$$
$$2\gamma(3) = 4{,}5$$
$$2\gamma(4) = 4{,}9$$

Os valores segundo D_1 e D_2 estão representados no gráfico da Fig. 11 pelas linhas —.—.— e — — — , respectivamente. O cálculo da variância à priori da distribuição dos X_i segundo as duas linhas conduziu ao valor $C = \gamma(\infty) = K(O) = 2{,}5$.

Uma interpolação gráfica aproximada realizada sobre as duas linhas permitiu concluir que a relação entre as derivadas na origem segundo D_2 e segundo D_1 era 1,5 : 1, o que revela uma anisotropia geométrica que será destruída por uma afinidade de razão 1,5 aplicada sobre D_2 (a direcção de menor comprimento). Tal afinidade conduz ao traçado da nova linha ····· correspondente a D_2. Nesta altura, o jazigo é geomètricamente isótropo. Se admitirmos que a tangente na origem que interpolará as duas linhas —.—.— e ····· é a recta apresentada a cheio, esta intersepta a recta $2C = 5$ num ponto (~ 5/3) que, em «esquema» esférico de transição (a hipótese de «esquema» conhecido mais adaptável aos resultados experimentais) corresponde a um ponto a' tal que $a = 3/2\ a'$. E assim fica definida a «amplitude» a.

Se admitirmos então uma amplitude de 250 m e como a malha é de 100 m, podemos entrar no

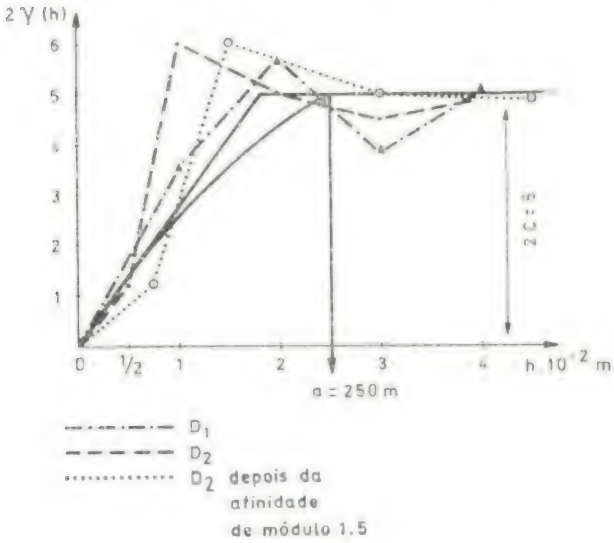


Fig. 11

ábaco da Fig. 12 e encontrar na curva superior (para $l/a = 0.4$) uma percentagem da variância à priori de 15 %. Concluímos portanto que, pelo facto de termos admitido a estrutura esférica para o jazigo (pelo facto de termos admitido aquele variograma), a variância à priori da distribuição das espessuras baixou a $0{,}15 \times 2{,}5$. A variância do erro que se comete ao estender cada ponto à sua zona de influência é consideràvelmente menor do que se tivessemos admitido (como fizemos no final da primeira parte) uma distribuição aleatória das espessuras mineralizadas. Se encontrarmos o variograma correspondente a uma determinada mineralização fica pois resolvido o problema deixado em aberto no fim do ponto 1 e os erros cometidos na estimação da altura e da espessura média são já da mesma ordem de grandeza.

3. KRIGEAGEM

Até agora atribuimos o teor da amostra central ao seu rectângulo de influência e, calculámos a variância do erro cometido (que é já inferior ao calculado na estatística clássica). O teor dessa amostra é um ESTIMADOR do teor do bloco. O problema que se põe naturalmente nesta altura é procurar o MELHOR estimador para esse teor, ou seja o estimador que minimize o erro obtido. Este é o princípio da krigeagem. Designa-se por krigeagem pontual o cálculo de teores em pontos desconhecidos, conhecendo o semi-variograma e teores em pontos próximos.

Formulemos o problema: Um painel de teor Z desconhecido é amostrado por N sondagens de teores $X_1, X_2 \ldots X_N$. Em vez de dizermos que o teor do painel é a média aritmética dos teores amostrados e que a variância de extensão é a obtida pelas expressões do ponto 2 (onde $\bar{Z}$ é a média dos teores), vamos calcular os a_i tais que o estimador $\hat{Z} = \sum_i a_i X_i$ apresente variância mínima.

A primeira condição é que o erro de $Z - \hat{Z}$ tenha esperança nula, o que dá $\sum a_i = 1$ (a soma dos factores de «peso» tem de ser igual à unidade).

A condição de minimizar a variância do estimador formula-se derivando em ordem aos a_i a expressão de $\sigma^2(Z - \hat{Z})$.

Essa expressão escreve-se:

$$\sigma^2(Z - \hat{Z}) = \sigma_z^2 - 2\sum_i a_i\, \sigma_{zxi} + \sum_i \sum_j a_i\, a_j\, \sigma_{ij} \qquad [4]$$

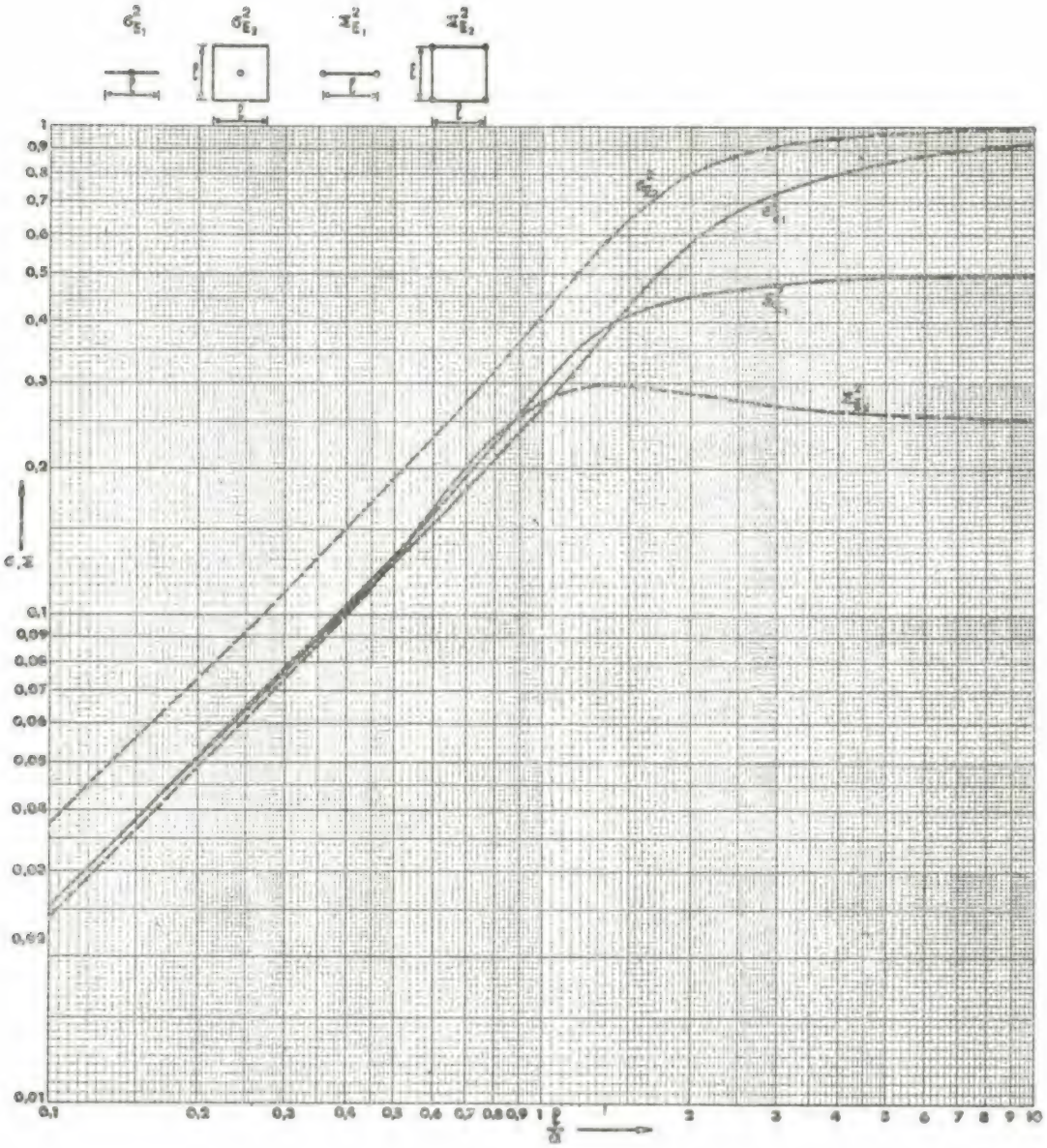


Fig. 12

onde

σ_z^2 é a variância do teor real Z

σ_{zxi} é a covariância da amostra X_i com o teor do painel

σ_{ij} é a covariância de duas amostras X_i e X_j.

Tendo em conta a equação de ligação $\Sigma\, a_i = 1$ e aplicando a teoria dos multiplicadores de Lagrange, obtém-se o sistema

$$\begin{cases} \sum_j a_j\, \sigma_{ij} = \sigma_{zxi} + \lambda \\ \sum_j a_j = 1 \end{cases}$$

de $N + 1$ equações a $N + 1$ incógnitas (os a_i e o λ de Lagrange) que resolve o problema.

Como não interessa determinar λ, vamos procurar eliminá-lo. Toma-se uma sondagem privilegiada (por exemplo no centro do painel) a_N e faz-se $a_N = 1 - \sum_i^{N-1} a_i$

Explicitando esse termo no somatório anterior, vem

$$\sum_j^{N-1} a_j\, \sigma_{ij} + a_n\, \sigma_{in} = \sigma_{zxi} + \lambda$$

$$\sum^{N-1} a_j\, \sigma_{nj} + a_n\, \sigma_{nn} = \sigma_{zxn} + \lambda$$

eliminando λ, obtém-se N-1 equações $\sum_{j=1}^{N-1} a_j R_{ij} = N_i$

$$\text{com} \quad \begin{cases} R_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_{nj} - \sigma_{ni} + \sigma_{nn} \\ N_i = \sigma_{zxi} - \sigma_{zxn} - \sigma_{in} + \sigma_{nn} \end{cases} \qquad (5)$$

Destas N — 1 equações, obtém-se os a_1, a_2 ... ... a_{N-1}, sendo a_N dado por diferença.

Substituindo estes valores na expressão da variância já escrita (4) vem a chamada variância de Krigeagem:

$$\sigma_k^2 = \sigma_z^2 - 2\,\sigma_{zxn} + \sigma_{xn}^2 - \sum_{i=1}^{N-1} a_i N_i$$

Esta é a variância mínima que se pode obter (com a colecção de valores X_i) para o estimador $\overset{*}{Z}$ e tem uma interpretação curiosa: os três primeiros termos representam a variância de extensão do teor de sondagem privilegiada X_N a todo o painel e, a essa variância, subtrai-se o somatório dos a_i N_i (termos sempre positivos) que vão baixar a variância tanto mais quanto maior for o número de pontos X_i de teor conhecido. As covariâncias dadas em (5) só dependem do variograma.

A krigeagem pontual formula-se do seguinte modo:

Conhecendo-se o teor em N pontos de coordenadas x_i, pretende-se conhecer o teor Z no ponto z. O estimador é da forma $\overset{*}{Z} = \Sigma\, a\ x$ e a resolução de um sistema semelhante ao anterior conduz à mesma solução

$$\Sigma\, a_j R_{ij} = N_i$$

mas com

$$R_{ij} = \gamma(x_i - x_j) - \gamma(x_n - x_j) - \gamma(x_n - x_i) \qquad (6)$$

$$N_i = \gamma(z - x_i) - \gamma(x_n - z\ ) - \gamma(x_n - x_i) \qquad (7)$$

Neste caso, os termos da matriz do sistema são lidos directamente sobre o semi-variograma, sem ser necessário calcular (a partir dele) covariâncias.

Concretizemos a aplicação da Krigeagem pontual num exemplo concreto. Consideremos uma linha de sondagens num jazigo de ferro.

	26.61
	29.80
	47.19
	52.53
$x_1 \rightarrow$	57.84
$x_2 \rightarrow$	59.16
$Z \longrightarrow$	61.63
$x_3 \rightarrow$	54.68
$x_4 \rightarrow$	57.18
	57.48
$x_n \rightarrow$	
	60.46
	57.67
	48.92
	52.62
	57.02
	36.15
	52.66
	48.51
	51.27
	58.54

Os teores de Fe do «tal-qual» obtidos em sondagens ao longo dessa linha através de uma malha regular de sondagens de passo de 100 m, estão representados no quadro ao lado. Suponhamos que não conhecíamos o teor, por exemplo no ponto 7. Vamos calculá-lo por krigeagem (ponderando adequadamente os teores nos outros pontos, por hipótese conhecidos), determinando depois a variância de Krigeagem (a menor variância possível para esta colecção de valores) e verificando que o teor no ponto «desconhecido» está contido no intervalo de confiança dado por essa variância.

O primeiro passo a dar será encontrar um «esquema» e adaptá-lo ao variograma experimental. Os valores 2 γ (h) estão representados na Fig. 13 em função de *h*.

O teor médio é $\Sigma X_i / 19 = 50.80$ e $\Sigma X_i^2 / 19 = 2680$, o que dá para a variância, 100 pontos quadrados. O patamar no variograma (como estamos a usar 2 γ (h)) será 200 e a análise da distribuição dos pontos experimentais sugere a aplicação do «esquema» linear. Este variograma tem a particularidade de apresentar o chamado «efeito de pepita» (ordenada na origem da recta), designado por $2\,C_0$ e que corresponde ao facto de não termos valores do variograma para *h* inferior a 100 m.

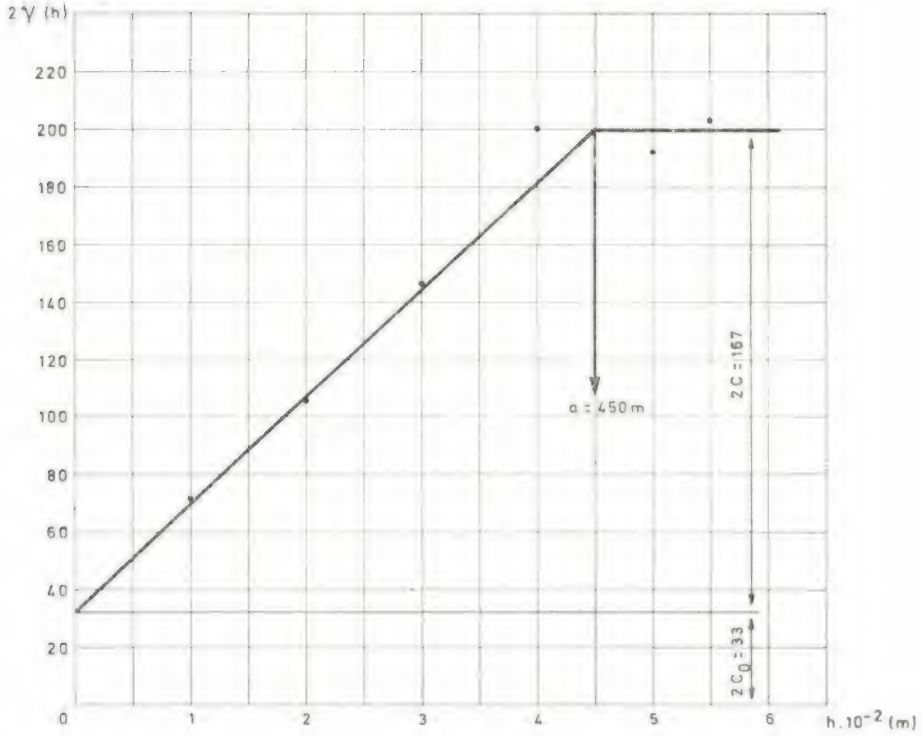


Fig. 13

Então teremos:

2 C_0	(efeito de pepita)	= 33
2 C	(patamar)	= 167
a	(amplitude)	= 450

A equação da recta (reduzida ao esquema linear teórico) será:

$$2\gamma(h) = \frac{2c}{a} = \frac{167}{450} \quad \text{para } h < 450 \text{ m}$$

$$2\gamma(h) = 2c = 167 \quad \text{para } h > 450 \text{ m}$$

As equações da krigeagem serão representadas por uma matriz 18 × 18 que nos dão os a_i. Como esta matriz contém muitos termos iguais (surgimento do «efeito de ecran» — os teores mais próximos do ponto a Krigear mascaram a influência dos teores mais longínquos) tentámos a resolução das equações da Krigeagem usando apenas os pontos x_1, x_2, x_3 e x_4 que rodeiam o ponto a krigear (quadro anterior) e considerámos o ponto x_n como um ponto privilegiado situado no centro do jazigo e com o teor médio (50.80) de todos os pontos. Então, designando por 2C/a o coeficiente angular da recta podemos escrever, de acordo com a expressão geral (6), e atendendo a que a matriz é simétrica:

$$R_{11} = -2\gamma(5.5) = -2c$$

$$R_{12} = \gamma(1) - \gamma(4.5) - \gamma(5.5) = -2c + \frac{c}{a}$$

$$R_{22} = -2\gamma(4.5) = -2c$$

$$R_{13} = -c + \frac{c}{2a} \qquad R_{14} = -c + \frac{5c}{2a}$$

$$R_{23} = -c - \frac{c}{2a} \qquad R_{24} = -c + \frac{3c}{2a}$$

$$R_{33} = -\frac{5c}{a} \qquad R_{34} = -\frac{3c}{a}$$

$$R_{44} = -\frac{3c}{a}$$

Do mesmo modo, as equações [7] dão:

$$N_1 = -c - \frac{3c}{2a}$$

$$N_2 = -c - \frac{5c}{2a} = -138.2$$

$$N_3 = -\frac{5c}{a} = 4.65$$

$$N_4 = \frac{3c}{a}$$

a matriz reduz-se a:

$$\begin{bmatrix} 9 & 8 & 4 & 2 \\ 8 & 9 & 5 & 3 \\ 4 & 5 & 5 & 3 \\ 2 & 3 & 3 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 7 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}$$

que dá $a_1 = a_4 = 0$
$a_2 = a_3 = 0.5$

Verificamos que neste caso o efeito de ecran é total e que os dois pontos mais próximos do ponto a krigear são, por si sós, responsáveis pelo teor no ponto desconhecido.

Então esse teor (obtido por krigeagem) será 56.97 e o verdadeiro valor é 61.83. Vejamos se está compreendido no intervalo de confiança da variância de krigeagem. A expressão desta variância é (no caso da krigeagem pontual):

$$\sigma_k^2 = 2\gamma(Z - x_n) + \sum_i a_i N_i$$

ou seja $2\gamma(3,5) - 0,5 \times 138,2 - 0,5 \times 46,5 = 13,4$, o que dá um intervalo de confiança do dobro do desvio padrão de 7,32, que compreende o verdadeiro valor do teor no ponto «desconhecido».

BIBLIOGRAFIA

[1] — GEORGES MATHERON — «*Cours de Geostatistique*» — Les Cahiers du Centre de Morphologie Mathématique de Fontainebleau, Fascículo 2,1969

[2] — GEORGES MATHERON — «*Les Variables Regionalisées et leur Estimation*» — Masson, Paris, 1965

[3] — J. SERRA — «*Echantillonnage et estimation locale des phénomènes de transition miniers*» — Tese de Doutouramento, Nancy, 1967

[4] — M. DAVID — «*The Notion of EXTENSION VARIANCE and its applications to the grade estimation of stratiform deposits*» — in A DECADE OG DIGITAL COMPUTING in the mineral industry, editor A. Weiss

[5] — A. MARECHAL, J. P. ROULLIER — «*Etude géostatistique des gisements de bauxite français*» — in Revue de l'industrie minerale, Julho 1970

Já pensou...

... que o seu anúncio
é muito mais eficaz se for
publicado na revista que
os seus clientes lêem?
Os milhares de exemplares
de cada número da nossa revista
são lidos por engenheiros
e técnicos, por pessoas ligadas
à indústria, à investigação, ao
ensino, pelos seus clientes,
em suma. Consulte-nos.

técnica REVISTA DE ENGENHARIA

Avenida Rovisco Pais • Lisboa 1 • Telef. 77 54 49

TABELAS PARA O CÁLCULO
DE BETÃO ARMADO

por J.S. Brasão Farinha e Mexia Heitor

Preço 250$00

MANUAL DE HIDRAÚLICA

por Armando C. Lencastre

2.ª edição revista e actualizada

Preço 240$00

TABELAS TÉCNICAS PARA
ENGENHARIA CIVIL

6.ª edição revista e actualizada

por J.S. Brazão Farinha

Preço 200$00

PEDIDOS À «TÉCNICA»

Descontos de 10 °/₀ aos nossos assinantes

Resumo dos artigos publicados na Técnica n.º 407

Ano XLVI — Abril 1971

J. J. D. Domingos — C. D. U. 532.5-4 + 532.54

Recirculating flows

Técnica No. 407 — XLVI — 4. 1971, pág. 347-356.

Discutem-se os escoamentos bidimensionais em que as aproximações de camada limite não são válidas, e os aspectos matemáticos e físicos do problema. As dificuldades intrínsecas do tratamento numérico das equações são exemplificadas, mostrando-se que o aumento do número de Reynolds conduz a exigências contraditórias no que se refere a precisão e estabilidade.
Apresentam-se modelos de turbulência e a sua incorporação num método de cálculo aplicável a este tipo de escoamentos tal como desenvolvido por D. B. Spalding et al.

S. D. Antunes — C. D. U. 551.508.5 : 53.089

An introduction to hot wire anemometry

Técnica No. 407 — XLVI — 4. 1971, pág. 357-366.

Justifica-se o uso de fios quentes em anemometria, em particular descreve-se o método de calibração destes, e interpreta-se a resposta do anemómetro de fio quente em escoamentos de baixa turbulência.

Duarte - Ramos — C. D. U. 519.738

Sobre o critério Liapunov na teoria da estabilidade de sistemas

Técnica No. 407 — XLVI — 4. 1971, pág. 367-379.

Definem-se as noções de estabilidade e efectua-se a sua interpretação geométrica. Exemplifica-se o método directo e o critério Liapunov num sistema mecânico. Comparam-se os diversos métodos de formação de funções Liapunov em sistemas não lineares.

Maranha das Neves — C. D. U. 624.131.439 : 539.501
624.131.438

Influência das tensões negativas nas características estruturais dos solos compactados

Técnica No. 407 — XLVI — 3. 1971, pág. 381-390.

O presente trabalho refere-se ao estudo de solos argilosos compactados, e o seu objectivo imediato é a aquisição de elementos que possam contribuir para o conhecimento da reologia desses solos em termos de tensões efectivas.
Foi dada especial atenção à medição das tensões neutras instaladas na fase líquida do solo parcialmente saturado, bem como às técnicas que permitem conhecer a evolução dessas tensões durante os ensaios de determinação de características mecânicas.
Avaliou-se ainda experimentalmente, a influência do estado de tensão endógeno, associado à situação de saturação parcial do solo, no comportamento desse mesmo solo após a saturação.
Os resultados indicam que o grau de saturação de fabrico determina todo o posterior comportamento reológico dos provetes.

Artur Ravara — C. D. U. 624.042.7
Madalena Quirino
Maria Teresa Pereira da Silva

Análise de estruturas redutíveis a osciladores não lineares com histerese

Técnica No. 407 — XLVI — 4. 1971, pág. 391-402.

Nos estudos sobre Engenharia Sísmica que vêm sendo conduzidos no LNEC desde há cerca de 15 anos, tem sido necessário aplicar técnicas de análise numérica a osciladores de um e vários graus de liberdade, lineares e não lineares, os quais constituem os modelos matemáticos de diversos tipos de estruturas.
Descrevem-se neste trabalho as características dos osciladores que têm sido analisados, relacionando-as com os tipos de estruturas que representam. Referem-se os principais aspectos da formulação das equações diferenciais que descrevem o comportamento dos sistemas e das técnicas utilizadas na respectiva integração «passo a passo». Apresentam-se aplicações ao estudo do comportamento de edifícios de betão armado actuados por sismos de forte intensidade.

Garcia Pereira — C. D. U. 519.24/25/28 : 55.006
622.1.001.1 = 690

Aplicações da geoestatística

Técnica No. 407 — XLVI — 4. 1971, pág. 403-416.

Em três problemas práticos, pretende-se provar que os métodos da geoestatística, na medida em que conferem ao depósito mineral uma certa «estrutura» que lhe é dada pelo modo particular como ocorreu a mineralização, conduzem a menores erros do que um tratamento pela estatística clássica.
Esses problemas são:

1. Definição da superfície e volume mineralizado. Erro deste cálculo.
2. Variância de extensão de uma amostra à sua zona de influência.
3. A Krigeagem — ou seja a procura do melhor estimador para um certo parâmetro (aquele que minimize a variância definida em 2.).

Synopsis of articles published in «Técnica» nº 407

XLVI — April 1971

MARANHA DAS NEVES U. D. C. 624.131.439 : 539.501 624.131.438

The influence of negative neutral stresses on the structural characteristics of compacted soils

Técnica No. 407 — XLVI — 4. 1971, pag. 381-390.

The present paper studies compacted clay soils in order to obtain experimental data which may help to investigate their rheology in terms of effective stresses.
Two points specially considered were the measurement of the neutral stresses in the liquid phase of a partly saturated soil and the procedures for determining the evolution of these stresses during tests of its mechanical properties.
The influence on the behavionr of the soil after saturation, of the endogenic state of stress due to the initial partial saturation, was also experimentally studied.
Accord ng to the results, the fabric percent saturation entirely determines the subsequent rheologic behaviour of the specimens.

J. J. D. DOMINGOS U. D. C. 532.5-4 + 532.54

Recirculating flows

Técnica No. 407 — XLVI — 4. 1971, pag. 347-356.

Two dimensional flows where the boundary-layer approximations are not acceptable are introduced and their specific mathematical and physical problems discussed.
Inerent difficulties to the numerical treatment of the partial differential-equations are exemplified and it is shown how increasing the Reynolds number imposes contradictory requirements regarding stability and accuracy.
Turbulence models are introduced together with a numerical solution procedure appropriate to these type of flows, as developed by D. B. Spalding et al.

ARTUR RAVARA
MADALENA QUIRIRO
MARIA TERESA PEREIRA DA SILVA U. D. C. 624.042.7

Dynamic analysis of non linear hysteretic systems

Técnica No. 407 – XLVI — 4. 1971, pag. 391-402.

In the studies on earthquake engineering that have been carried out at the Laboratório Nacional de Engenharia Civil for about 15 years, different techniques have been applied for the analysis of single and multidegree of freedom oscillators, linear and non-linear.
The present paper describes the main characteristics of the systems that have been considered, relating them to different types of structural behaviour. The formulation of the differential equations of motion as well as the step-by-step integration techniques are briefly reported.
Examples of dynamic analysis of reinforced concrete structures acted by strong earthquakes are presented.

S. D. ANTUNES U. D. C. 551.508.5 : 53.089

An introduction to hot wire anemometry

Técnica No. 407 — XLVI — 4. 1971, pág. 357-366.

This paper provides an introduction to the physics of hot wire anemometry. The use of wires as transducers for turbulence measurements is justified, and for flows with low turbulence the means of signal interpretation is discussed.
Techniques of calibration are also described. In particular, the constant temperature (constant resistance) and constant current hot wire anemometers are presented, and their uses are commented on.

GARCIA PEREIRA U. D. C. 519.24/25/28 : 55.006 : 622.1.001.1 = 690

Geostatistic Applications

Técnica No. 407 — XLVI — 4.1971, pag. 403-416.

In three pratical problems, it is intented to prove how geostatistic methods, as they take in account the «structure» given to the ore deposit by its particular mineralization, lead to bether significance levels (to smaller errors) than classical statistics. Those problems are :
1) Definition of the deposit surface and volume Error of this calculation.
2) Extension variance of a sample to its influence zone.
3) The Krigeage — the search of the best estimation of a certain paramether minimizing the variance treated in 2.).

H. DUARTE RAMOS U. D. C. 519.738

Liapunov criterion on stability of systems

Técnica No. 407 — XLVI — 4. 1971, pág. 367-379.

We define the conceptions of stability and show their geometric interpretation. The direct method and the Liapunov criterion are applied on a mechanical system.
The methods of formation of Liapunov functions in non-linear systems are compared.

BIBLIOGRAFIA

Classificadores responsáveis: Francisco Pedroso, José Xambre Bento, Maria Teresa Lemos, Pedro Rodrigues e Nuno Pinto da Silva.

Serão criticadas as obras cujo assunto esteja no âmbito da «Técnica» e de que nos sejam enviados dois exemplares.

As revistas recebidas na Redacção, de que se publica uma selecção de fichas de artigos ordenadas pela Classificação Decimal Universal, podem ser consultadas na Biblioteca da A.E.I.S.T.

LIVROS

C. D. U. 666.76

«Produtos Refractários»

Edição do I.N.I.I., 421 págs.

O presente livro trata das matérias-primas e processos de fabrico utilizados na obtenção dos diferentes tipos de refractários. Foca, além disso, as diferentes classificações dos produtos refractários, com as respectivas características e aplicações.

Além dos produtos com forma própria, trata dos isolantes térmicos para altas temperaturas e dos produtos refractários sem forma própria, bem como dos seus ligantes.

ARTIGOS DE REVISTAS

C. D. U. 517.91

A Study of Nonlinear Sistems Oscillations — *K. G. Valeev e R. F. Ganiev.*

Journal of Applied Mathematics and Mechanics, 12-1969, vol. 33, n.º 3, pág. 401.

C. D. U. 526.918

A ortofotografia — *Hanns I. C. van Stuanitz.*

Revista Escola de Minas, 12-70, vol. 28, n.º 4, pág. 155

C. D. U. 526.918

Restituição fotogramétrica — *Prof. Dr. José Moura Notari.*

Revista Escola de Minas, 12-70, vol. 28, n.º 4, pág. 152.

C. D. U. 526.918

Foto interpretação — *Geol. Jean Claude Rivereau.*

Revista Escola de Minas, 12-70, vol. 28, n.º 4, pág. 157.

C. D. U. 530.12 : 531.18 (045) = 690 (469)

O «paradoxo dos gémeos» e «tempo formal» — *A. Brotas*

Gazeta de Matemática, 1969, vol. 30, pág. 25.

C. D. U. 532.593.8 : 519.9

The probabilistic approach in the design of maritime structures — *F. Vasco Costa; J. Reis de Carvalho; M. Fernandes Matias.*

Memória do L.N.E C, n.º 369.

C. D. U. 532.593.8.001.57 (469)

Estudo Experimental do Funcionamento Hidráulico de Campos de Esporões Marítimos Inclinados — *Júlio Patriarca Barcelò.*

Memória do L.N.E.C., n.º 372.

C. D. U. 535.215.082.5

Electrostatic sensitometry using the intensity characteristic curves of electrographic photoreceptors — *J. Jedrzejewski e outros.*

Acta Physica Polonica, 11-1969, vol. 36, n.º 5, págs. 719-725.

C. D. U. 539.185.7

Comprimento de difusão de neutrões térmicos na água a 24° C — *E. Martinho e J. Salgado.*

P. do L.F.E.N., 1968, págs. 1-18.

C. D. U. 539.372

Torsion of orthotropic naturally twisted bars — *C. I. Bors.*

Bull-Inst. Pol. Din Iasi, 1970, vol. 16, n.º 1-2, págs. 53-58.

C. D. U. 539.43 + 539.622 : 669.141.32 = 6

Aspectos metalúrgicos del desgaste mécanico en aceros finos de cementación — *M. P. de Andrés y F. Medina.*

CENIM, 3-4-70, vol. 2, n.º 6, pág. 188.

C. D. U. 54.13 (045) = 690

Aerossóis em pó — *G. I. van der Linde.*

Óleos e Sabões, 9-12-70, n.º 39-40, págs. 23.

C. D. U. 54.185.001 (045) = 20

The hole theory of mixtures — *K. Hlavaty'.*

Collection of Czechoslovak Chemical Communications, 12-70, vol. 35, n.º 12, págs. 3666.

C. D. U. 541.124.001 (045) = 60

La reacción química como fenómeno de transporte — *J. A. Vega.*

ION, 1-971, vol. 31, n.º 354, pág. 2.

C. D. U. 542 : 621.35 : 002.53 : 002.68 (045) = 20

The electrochemical treatment of industrial effluents — *B. Surfleet.*

Electronics & Power, 11-970, vol. 16, pág. 411.

C. D. U. 542 : 669.14.018 : 66.092 : (045) = 410

The influence of composition on weld solidification cracking in carbon manganese steel — *H. V. Huxley, M. Weld.*

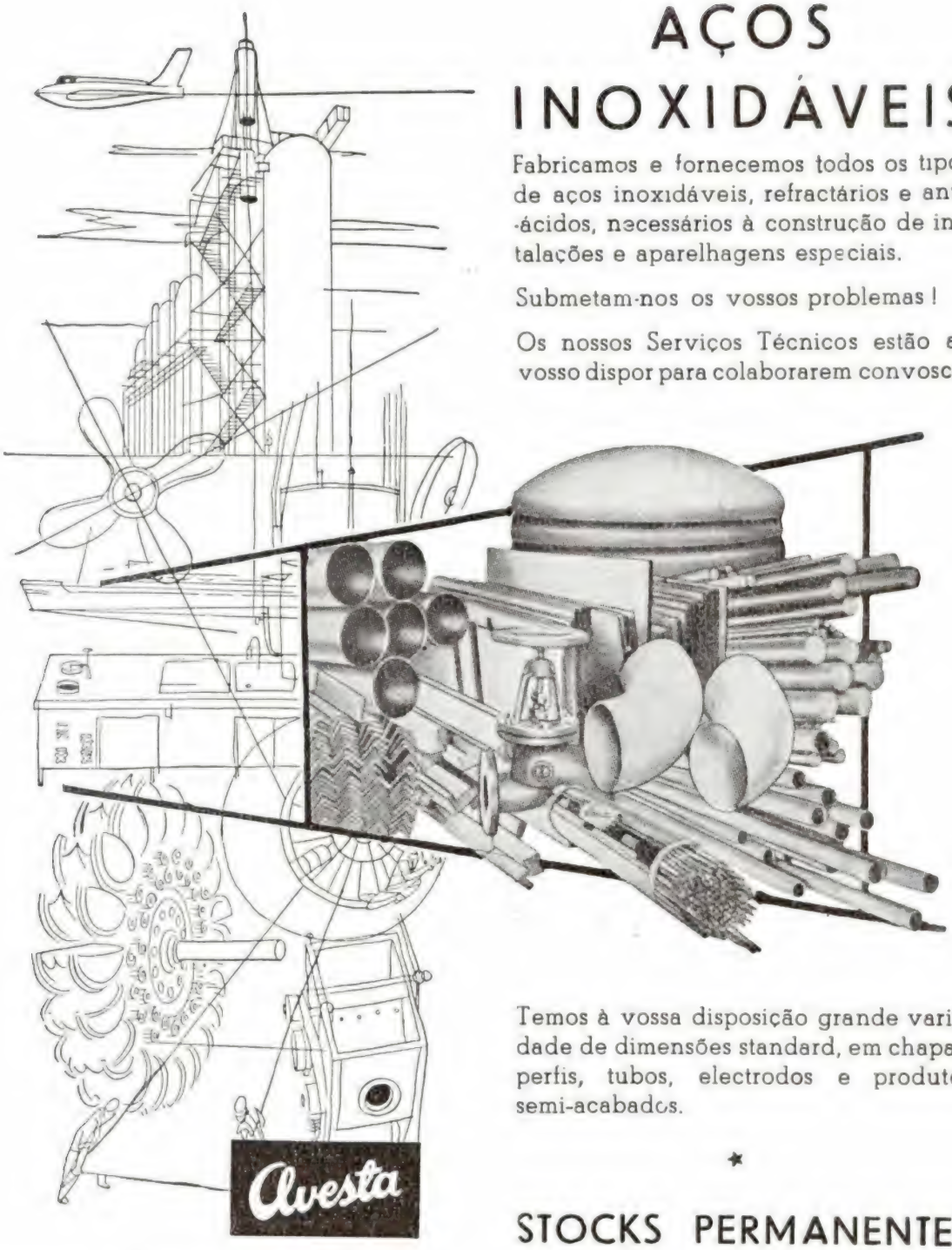
Metallurgia, 11-970, Vol. 82, n.º 493, pág. 167.

AÇOS INOXIDÁVEIS

Fabricamos e fornecemos todos os tipos de aços inoxidáveis, refractários e anti-ácidos, necessários à construção de instalações e aparelhagens especiais.

Submetam-nos os vossos problemas!

Os nossos Serviços Técnicos estão ao vosso dispor para colaborarem convosco.



Temos à vossa disposição grande variedade de dimensões standard, em chapas, perfis, tubos, electrodos e produtos semi-acabados.

★

STOCKS PERMANENTES

AVESTA JERNVERKS AKTIEBOLAG
AVESTA — SUÉCIA

Representantes Exclusivos para Portugal e Ultramar:

A. JOHNSON & Co (PORTUGAL), L.DA

SEDE EM LISBOA:
Praça José Fontana, 11-1.º
Telef. 537015-537016-537017-537018

FILIAL NO PORTO:
R. Dr. António Granjo, 160/168
Telef. 54666

Não nos pode fazer maior favor. Só assim poderá verificar, tal como milhões de utentes antes de V.:

rOtring facilita o desenho!

A qualidade dos instrumentos para tinta da china rOtring é o segredo do nosso sucesso. É por isso que somos tão exigentes na escolha dos materiais, no endurecimento especial que damos aos tubos de escrita de duração prolongada (VL), no exame ao microscópio de cada um deles, no ensaio no vácuo de cada um dos depósitos, para verificarmos a sua estanquicidade perfeita. Tudo isto é necessário para que V. esteja totalmente satisfeito ao desenhar com instrumentos rOtring.

É por isso que nos esforçamos tanto.

Os produtos rOtring têm, além disso, uma assistência técnica garantida, aqui em Portugal.

Por tudo isso é que pedimos:

examine-os com rigor — e adquiri-los-á!

rOtring

INSTRUMENTOS DE DESENHO
PARA TINTA DA CHINA

à venda no comércio da especialidade

Representante: ARTUR WESTHEIMER, Lda. • Rua Maria aos Anjos, 48-r/c. — LISBOA-1

Escreva-nos pedindo o catálogo 9113C

C. D. U. 543.432 + 546.23 : 669.15'776 = 6

Determinación colorimétrica del selenio en aceros — *José M. Alvarez de Brito.*

CENIM, 7-8 70, vol. 6, n.º 4, pág. 451.

C. D. U. 543.423 : 669.715 = 6

Muestras patrón para espectrometría de emisión de aleaciones de aluminio para moldeo — *I. Alfaro, J. Martínez e C. Hernaiz.*

CENIM, 3-4-70, vol. 6, n.º 2, pág. 203.

C. D. U. 545.33 : 546.72 — 86 (045) = 20 (437)

Polarography of the redox system ferrocene-ferricinium — *S. J. Ždanov and A. Jesimžanova.*

Collection of Czechoslovak Chem. Commun, 3-971, vol. 36, n.º 3, pág. 990.

C. D. U. 546.33/546.273 (045) = 690

O perborato de sódio nos produtos de lavagem — *C. A. Massant, J. Reuders, M. Delathe.*

Óleos e Sabões, 9-12-70, n.º 39-40, pág. 11.

C. D. U. 551.482.212.3 : 627.51

The regulation of Mondego River — *J. R. Ferreira : L. Veiga da Cunha.*

LNEC, 1970.

C. D. U. 553.96 (469.323.26)

Ocorrências de lignito no pliocénico da região de Pombal — *G. Zbyszewsky e J. Barreto de Faria.*

Boletim de Minas, 10-12-71, vol. 7, n.º 4, pág. 299-303.

C. D. U. 620.191.33 + 539.52.08 : 669.7.018 = 6

Agrietabilidad en caliente de las aleaciones ligeras — *J. Hernáez Marin y. A. Madroñero de La Cal.*

CENIM, 3-4-970, vol. 6, n.º 2, pág 160.

C. D. U. 621 - 52

Sur l'utilisation du consensus dans la synthèse logique structurale des automates finis combinatoires à une sortie — *D. Sandu.*

Bul. Inst. Pol. din Iasi, 1968, vol. 14, n.º 3-4, pág 373-382.

C. D. U. 621.313.2

Sur le calcul des machines électriques à courant continu basées sur le principe des circuits imprimés — *Aurel Dobranis.*

Bul. Inst. Pol. din Iasi, 1968, vol 14, n.º 3-4, pág. 421-428.

C. D. U. 621.314.63 : 621.315.592

Instalaciones de rectificadores de alta intensidad y potencia refrigeradas por agua — *Willi Glas.*

AEG-TELEFUNKEN al dia, 1969, n.º 4, pág. 141-144.

C. D. U. 621.317.353 : 621.376.24

White noise linearity measurements on H.F. I. S. B. transmiting systems — *J. Adams.*

Marconi/Instrumentations, 6-70, vol. 12, n.º 6, pág. 118-122.

C. D. U. 621.317.372 : 621.317.7.082.78

Possibilités de mesure du facteur de puissance avec des instruments magnéto-électriques — *V. Petrescu e outros.*

Bul. Inst. Pol. din Iasi, 1968, vol. 14, n.º 3-4, pág. 351-358.

C. D. U. 621.376 : 621.382.629.19 : 550.3 : 001.891

Détecteurs de radiations à semi-conducteur dans le satellite de recherche Azur — *Glasow, P.*

Rev. Siemens, 29-1971, n.º 1, pages 14 et 15.

C. D. U. 621.396 : 621.398 : 338.45

Racionalización en la Industria mediante la utilización de sistemas de radio comunicacion — *Wolf Thiel.*

A. E. G. Telefunken al dia, 70, n.º 2, pág. 71-73.

C. D. U. 621.396.67

Détermination, au moyen d'une simulation analogique energétique, du rayonnement et des propriétés d'une antene de revolution plongée dans un milieu réactif et dissipatif (plasma) — *Joel Fritz.*

Office national d'Étude et de recherches aérospatiales, 1968, n.º 130, pág. 1.

C. D. U. 621.7 — 44 : 539.313 = 2

Mecanica de los procesos de hechurado — *L. Berkowitz.*

CENIM, 3-4-70, vol. 6, n.º 2, pág. 148.

C. D. U. 621.72 : 629.13 (045) = 20

Castings of Guaranteed Reliabity — Requirements for Aircraft Structural Use — *F. Wild.*

Metallurgia, 2-3-71, vol. 83, n.º 496/7, pág. 46.

C. D. U. 621.744.4 : 628.93

Diecastings for lighting fittings.

Machine Tool Review, 15-5-71, n.º 22, pág. 18.

C. D. U. 622.75-5 = 6

La teoria de Cascadas y las operaciones de concentración de minerales — *J. L. Otero de la Gándara.*

CENIM, 3-4-70, vol 6, n.º 2, pág. 142.

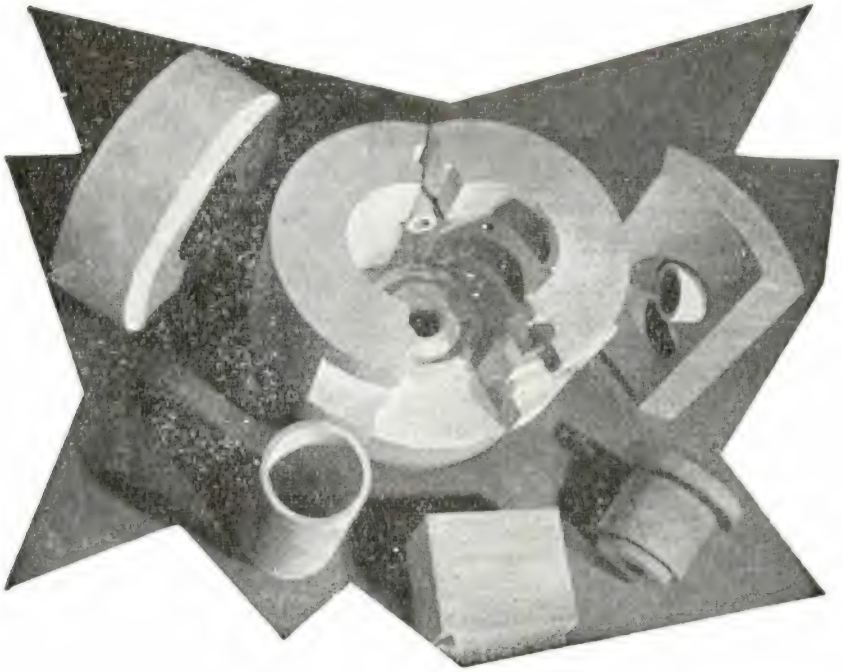
C. D. U. 624.014.7

The Appearance and Development of the Buckled forms of the Compressed Thin-Walled Members from Aluminium Alloys — *Gh. Mărmureanu.*

Buletinul Institutului Politehnic din Iasi, 70, vol. 6-20, n.º 1-2, pág. 29-36.

a técnica moderna emprega

BETÕES REFRACTÁRIOS



à base dos cimentos

FONDU LAFARGE

e

SECAR 250

porque são

práticos
eficientes
económicos

REFRACTÁRIOS ATE 1800° C

REFRACTÁRIOS ISOLANTES ATÉ 1700° C

Os nossos serviços técnicos, especializados, estão à vossa inteira disposição para estudar, sem qualquer encargo da vossa parte, a adaptação dos BETÕES REFRACTÁRIOS a todos os vossos problemas

AGUIAR & MELLO, L.DA

P. do Município, 13-1.º — LISBOA — Tel. 32 11 51/2

C. D. U. 624.131.388

A New Method for the Determination of Deformability in Rock Masses — *Manuel Rocha ; Jorge Neves da Silva.*
Memória de LNEC, n.º 361.

C. D. U. 624.15 : 69.021

Stabilité des Fondations des Constructions de Grande Hauteur — *P. Habib ; A. Puyo.*
Annales de L'Inst. Techique du Batiment et des Travaux Publics, Nov. 70, n.º 275, pág. 117-124.

C. D. U. 624.2.9

El Puente de Kingston en Glasgow
Revista Roads and Road construction, 8-1970, pág. 242-250.

C. D. U. 624.5 (679) 624.5.04

Estudo experimental dum novo tipo de ponte suspensa — *Matos, M. E. C.*
Fomento (Lisboa) 8 (3): 225-236, 1970.

C. D. U. 625.71

La Conception et l'organisation des Études Géotechniques Routières Outre-Mer — *M. Dumas.*
Annales de L'Inst. Technique du Batiment et des Travaux Publics, Nov. 70, n.º 275, pág. 2-23.

C. D. U. 625.8

Los Afirmados de Buenos Aires.
La ingenieria, Oct. 70, n.º 1013, pág. 31-43.

C. D. U. 656.7.05

All-weather operations program for British European Airways — *F. Ormonroyd.*
Electrical Comunication, 1970, vol. 45, n.º 3, páginas 244-257.

C. D. U. 66.01 : 66.095.192 (045) = 690

Instalação de saponificação contínua.
Óleos e Sabões, 9-12-70, n.º 39-40, pág. 28.

C. D. U. 661.878.36 : 621.039 = 6

Preparación de Hexafluoruro de uranio en lecho fluidizado — *A. Rodrigo, L. Fernandez y J. Corella.*
Cenim, 7-8-70, vol. 6, n.º 4, pág. 445.

C. D U. 661.96.002 (045) = 60

La producción industrial de hidrógeno para las grandes sintesis quimicas — *Rodolfo Rossi.*
La Ingenieria, 6-970, pág. 41.

C. D. U. 662.13 : 622.235

Stacking the deck against danger — *Bob Yearick.*
Dupont Magazine, 3-4-971, vol. 65, n.º 2, pág. 10-11.

C. D. U. 662.332 (469.322.15) (091)

As explorações pombalinas da mina do Cabo Mondego numa planta da mapoteca do Instituto Geográfico e Cadastral — *M. Gabriel Rendes.*
Boletim de Minas, 10-12-971, vol. 7, n.º 4, pág. 283-297.

C. D. U. 666.94

Determinación del contenido de cemento en morteros y hormigones traguados : datos para la puesta al dia del metodo — *José Colleja y César del Olizzo.*
ION, 11-970, vol. 30, n.º 352, pág. 625-635.

C. D. U. 666.96

L'utilisation des minéralisateurs pour l'intensification des processus d'obtention des clinkers — *I. Teoreanu, Ivan Van Moynol.*
Bol. Inst. Pol. «Gheor-Gheorghiu», VII-VIII-70, vol. XXXII, n.º 4.

C. D. U. 669.046.562 + 669.094.57 : 669.11.6 (045) = 690

Tratamento do ferro fundido no estado líquido. Dessulfuração e carburação — *Eng.º J. Diogo Costa.*
Fundição, 8-9-970, n.º 45, pág. 5.

C. D. U. 669.162.47.012.2/.7 = 2

Indices de consumo de coque y de producción del horno alto — *R. Wild.*
CENIM, 3-5-970, vol. 6, n.º 2, pág. 127.

C. D. U. 669.34.054.76 = 6

Recuperación de cobre por extraccion con disolventes — *J. M. Regife.*
CENIM, 3-4-970, vol. 6, n.º 2, pág. 134.

C. D. U. 669.35'248 = 419.4 : 669.141.221 — 2 = 2

Chapeado de piezas de acero suave con cuproníquel 90-10 — *W. F. Ridgway y D. J. Heath*
CENIM, 7-8-970, vol. 6, n.º 4, pág. 454.

C. D. U. 669.543

Procédé d'extraction du manganèse des mineraux paoures à l'aide des gaz sulfureux dilués — *I. Constantinescu, O. Ceangă, Irina Constantinescu.*
Bol. Inst. Pol. «Gheor-Gheorghiu», VII-VIII-70, vol. XXXII, n.º 4.

C. D. U. 669.71 + 669.71'721 — 157.96.019 = 6

Energia de formación de vacantes en aluminio y aleaciones de aluminio con pequeños contenidos de magnesio — *M. P. Páez y J. J. Regidor.*
CENIM, 3-4-970, vol. 6, n.º 2, pág. 155.

C. D. U. 678.047 : 631 (045) = 690

Redes pára-granizo em «Moplen Ro» para protecção de pomares.
Plásticos, 1/3-70, Ano IV, n.º 11, pág. 26.

C. D. U. 681.32.005

Exigências técnicas para a instalação de computadores — *Correia, A. O.*
Fomento (Lisboa) 8 (3): 257-264, 1970.

C. D. U. 691.328

Les Adjuvants, causse ou remèdes pour la fissuration du Béton ? — *Albert Joisel.*
Annales de L'Inst. Technique du Batiment et des Travaux Publics, 11-970, n º 275, pág. 45-63.

C. D. U. 693.554

Influence de la distribution des armatures dans les dalles carrées en Béton Armé — *J. R. Robinson ; Merouani.*
Annales de L'Inst. Technique du Batiment et des Travaux Publics, 11-970, n.º 275, pág. 93-115.

LISTA CLASSIFICADA DE ANÚNCIOS

Neste número continua a «Técnica» a sua secção de publicidade — a *lista classificada de anúncios* — destinada a facilitar a procura por parte dos clientes.

CONSTRUÇÃO CIVIL

CONSTRUTORES CIVIS

— **ENGIL**
Av. Elias Garcia, 162-6.º Tel. 76 51 10/17

— **Construções Técnicas, Lda.**
P. do Município, 13-3.º — Tel. 36 65 06

— **Soc. Const. Amadeu Gaudencio, Ld.ª**
R. Dr. Alexandre Braga, 4-A — Lisboa
Telef. 4 31 91 — 92 — 93.

— **Soc. de Pré-Fabricação e Obras Gerais Novobra**
Av. Estados Unidos da América, 100-5.º D
Telef. 77 48 32 / 76 64 46 — Lisboa 5

ESCAVADORAS E TRACTORES

— **Guedes & Almeida**
Rua Aurea, 181-2.º— Tel. 32 78 45 — Lisboa 2

FUNDAÇÕES E SONDAGENS

— **Construções Técnicas, Lda.**
Pr. do Município, 13-3.º — Tel. 36 65 06

— **Empresa de Sondagens e Fundações Teixeira Duarte, Ld.ª**
Av. da República, 42-8.º
Telef. 77 70 86/7 e 77 12 65 — Lisboa

— **Empresa Ultramarina de Sondagens e Fundações**
Travessa do Guarda-Mor, 13-r/c
Tel. 32 46 93 e 21 32 56 — Lisboa — Luanda — Lourenço Marques — Beira

— **Fundações Franki, Lda.**
R. Braamcamp, 13-3.º — Lisboa — Tel. 53 41 12.

— **Johann Keller**
Av. Costa Pinto, 8-1.º Esq. - Cascais - Tel. 28 44 21

— **Sondagens e Fundações, A. Cavaco, Lda.**
R. Rodrigo da Fonseca, 62-r/c — Lisboa 1
Tel. 56 11 71/72/73.

— **Sondagens Ródio**
Rua de S. Bento, 644-3.º — Lisboa
Tel. 68 80 96/7/8

— **Sopecate**
R. do Arsenal, 146, 2.º — Lisboa.
Tel. 3 40 10 - 32 02 08

INSTRUMENTOS DE PRECISÃO

— **Wild Portugal, Ld.ª**
Praça das Águas Livres, 8, s/l 6 — Lisboa 2 — Tel. 68 91 12.

ISOLAMENTO TÉRMICO E ACÚSTICO

ISOLA
Avenida António Augusto de Aguiar, 17-2.º
Tel- 53 71 91 — Lisboa.

CONSTRUÇÕES METALO-MECANICAS

— **COMETNA** — R. Academia de Ciências, 5 — — Lisboa — Tel. 32 00 01

— **Construções Metalo-mecânicas MAGUE Ld.ª** — Alverca

— **SEPSA - Sociedade Construções Electro-Mecânicas** — Leça do Balio

— **Sociedade Industrial Metalúrgica**
R. de S. Tiago, 1

EQUIPAMENTO ELECTRICO

— **Construções Eléctricas Schréder, Ltd.**
Pr. José Fontana, 25-3.º E. — Tel. 56 10 01/2/3—Lx.

— **Electrotécnicos Reunidos**
Avenida João XXI, 64 — Lisboa.

— **Frapil**
Cais de S. Roque — Aveiro

— **Isolux, Lda.**
Largo do Campo Pequeno, 21, 4.º Esq.
Telef. 77 00 30/8/9 — Lisboa
Rua Dr. Alfredo Magalhães, 110, 2.º D.
Telef. 2 07 23 — Porto

— **J. F. de Azevedo e Silva & C.ª, Ld.ª**
Rua S. Francisco Sales, 2, 1.º — Tel. 65 41 65
Lisboa.

— **J. Roma**
Praça da Figueira, 86/51/2/3 — Lx.

— **Jayme da Costa, Ld.ª**
R. dos Correeiros, 14 — Lisboa — Tel. 32 70 35
Praça da Batalha, 12 — Porto — Tel. 2 28 12.
Cx. Postal 5174 — Luanda — Tel. 47 43.

— **Plessey Automática Eléctrica Portuguesa**
Avenida Infante D. Henrique, 333 — Lisboa.

— **Philips**
Rua Joaquim António de Aguiar, 66 — Lisboa
Telef. 68 31 21

— **Siemens — Companhia de Electricidade**
Avenida Almirante Reis, 65
Telef. 53 69 21/0 — Lisboa

— **Soc. de Elec. Brown Boveri**
Rua Sá da Bandeira, 481-2.º
Telef 2 34 11 — Porto

— **SEPSA - Sociedade Construções Electro-Mecânicas** — Leça do Balio

— **Standard Electrica**
Av. da Índia — Tel. 63 81 71 — Lx.

DISTRIBUIÇAO DE ENERGIA

— **União Eléctrica Portuguesa**
R. Alexandre Herculano, 244 — Porto
Tel. 2 76 76/9
Rua Rosa Araújo, 35
Lisboa — Telef. 53 11 81/7

BATERIAS

— **Tudor**
Av. Fontes Pereira de Melo, 12 — Lisboa
Tel. 5 19 47

COMPUTADORES

— **Time — Sharing, S.A.R.L.**
Av. 5 de Outubro, 95-3.º — Tel. 76 95 51 — Lisboa

ELÉCTRODOS

— **Electro-Arco, Ld.ª**
R. Silva Carvalho, 230 — Lisboa — Tel. 68 36 46
R. do Bolhão, 216 — Porto — Tel. 2 12 77.

ISOLAMENTOS

— **Empresa Electro-Cerâmica, S.A.R.L.**
L. Barão de Quintela.

SOLDADURAS

— **Electro Arco**
R. Silva Carvalho, 239 — Lisboa
R. do Bolhão, 216 — Porto

— **J. Roma**
Praça da Figueira, 86/51/2/3 — Lisboa

TELECOMUNICAÇÕES

— **Empresa Técnica de Equipamentos Eléctricos, S.A.R.L.**
R. Rodrigo da Fonseca, 110, r/c — Lisboa — Tel. 68 60 72.
R. Sá da Bandeira, 766-1.º E — Porto — Tel. 2 48 18

— **Standard Electrica**
Av. Índia — Tel. 63 81 71 — Lisboa

— **Philips**
Rua Joaquim António de Aguiar, 66 — Lisboa
Tel. 68 31 21

— **Plessey Automática Eléctrica Portuguesa**
Avenida Infante D. Henrique, 333 — Lisboa.

EQUIPAMENTO INDUSTRIAL

— **COMETNA**
R. Academia de Ciências, 5 — Tel. 32 00 11

— **Construções Metalo-Mecânicas Mague, Lda.** — Alverca do Ribatejo

— **Guedes & Almeida, Lda,**
R. Aurea, 181-2.º — Tel. 32 78 45 — Lisboa

— **Sociedade Comercial Romar**
Rua da Boavista, 83-1.º — Lisboa

— **Sociedade Portuguesa Ar Líquido**
Quinta do Almargem — Junqueira — Lisboa

CORRENTES

— **Auto-Lusitana**
Av. da Liberdade, 73-79 — Lisboa

— **Harker Sumner**
L. do Corpo Santo, 18 — Tel. 32 48 23 — Lisboa

— **S. K. F.**
Rua da Alegria, 65-A — Lisboa — Tel. 36 23 01

INDÚSTRIAS QUÍMICAS

GASOLINAS E ÓLEOS

— **Mobil Oil**

TEXTEIS

— **FANAFEL — Fábrica Nacional de Feltros Industriais, Ld.ª**
Estrada de S. João — Ovar.

TINTAS

— **Mendes de Almeida**
Av. 24 de Julho, 52 — Tel. 66 77 10 — Lisboa

LIVROS TÉCNICOS

— **TÉCNICA**
Avenida Rovisco Pais — Lisboa
Tel. 77 54 49

MATERIAIS DE CONSTRUÇÃO

AÇOS ESPECIAIS

— **A. Johnson & C.ª (Portugal), Ld.ª**
P. José Fontana, 11-1.º — Lisboa — Tel. 53 70 15/ /6/7/8.
R. Dr. António Granjo, 160/168-Porto-Tel. 5 46 69

— **Heliaço**
R. S. Julião, 41-4.º — Tel. 36 78 17 — Lisboa.

BETÃO

— **Empresa Cimentos de Leiria**
R. Braamcamp, 7 — Lisboa. — Tel. 5 91 61/66.

— **Jomatel**
Rua Sampaio Pina, 1-5.º — Lisboa — Tel. 65 41 21

— **Sociedade Portuguesa CAVAN**
R. de D. Estefânia, 94-A — Lisboa — Tel. 4 78 12 e 5 01 29.

CIMENTOS

— **AGUIAR E MELO, LDA.**
Praça do Município, 13-1.º — Tel. 32 11 51/2 Lx.

— **CIBRA — Cimentos Brancos**
Tv. do Corpo Santo, 15 — Lisboa — Tel. 32 04 64.
R. do Bonjardim, 205 — Porto — Tel. 2 57 79.

— **Empresa de Cimentos de Leiria**
R. Braamcamp, 7 — Lisboa — Tel. 5 91 61/66.

— **Secil**
R. do Comércio, 156 — Lisboa 2 — Tel. 32 82 01 2 3

MATERIAIS PRÉ ESFORÇADOS

— **Heliaço**
R. S. Julião, 41-4.º — Tel. 36 78 17 — Lisboa.

— **Soc. de Pré-fabricação e Obras Gerais Novobra, Ld.ª**
Av. E. U. da América, 100-5.º-E.
Tel. 77 48 32/ 76 64 46 — Lisboa.

ARTIGOS DE ESCRITÓRIO E ESCOLAR

MATERIAL DE DESENHO E TOPOGRÁFICO

— **Rotring — Arthur Westheimer**
R. Maria aos Anjos, 48-r/c. — Lisboa

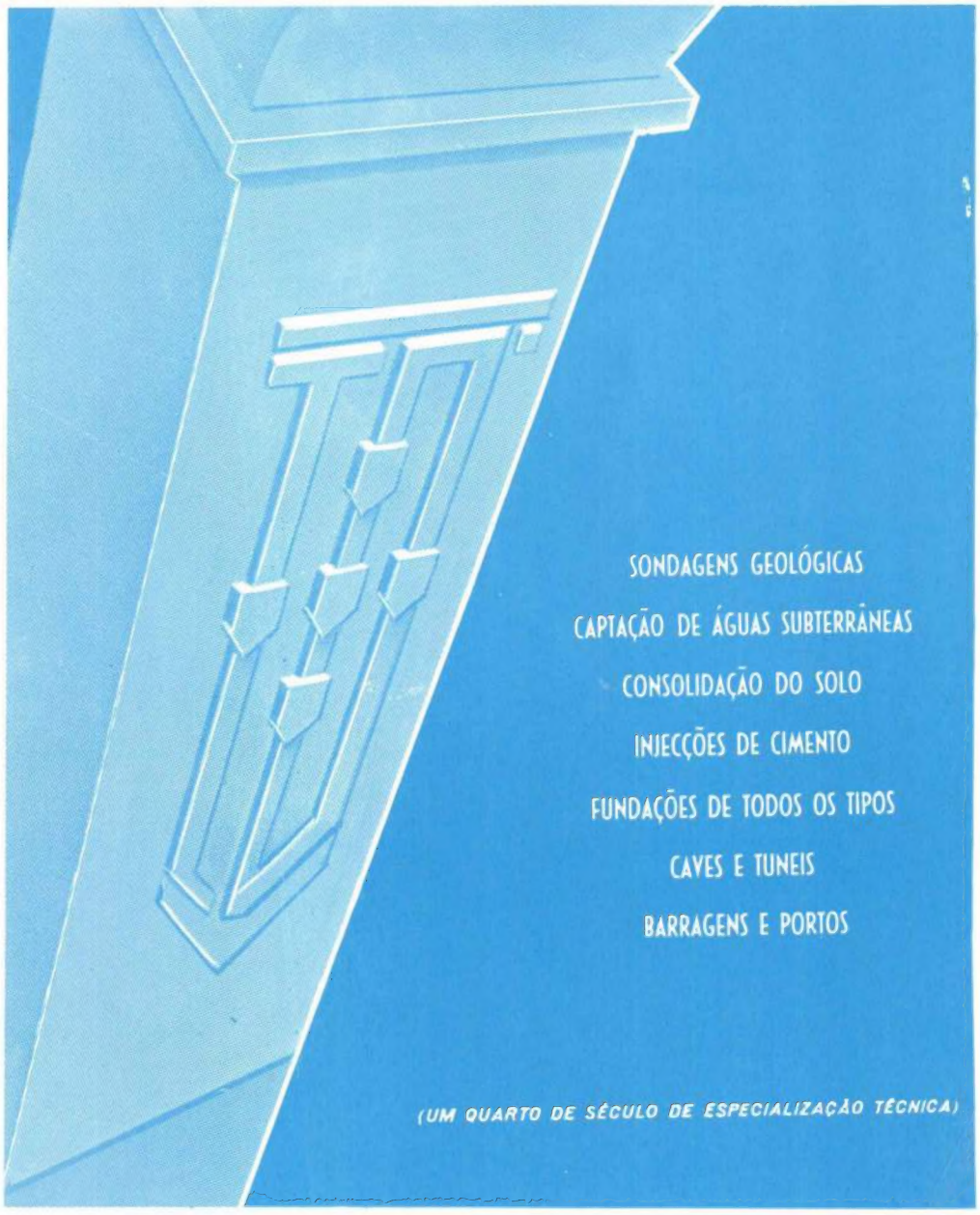
— **Wild Portugal**
Praça das Águas Livres, 8-s/l.
Tel. 98 91 12 — Lisboa.

Empresa de Sondagens e Fundações

TEIXEIRA DUARTE, L.DA

AV. DA REPÚBLICA, 42, 8.º
TELEFS. 77 70 86/7 e 77 12 65

LISBOA



SIEMENS

4 68 022 B

Peça catálogos ou esclarecimentos à Secção Técnica da

SIEMENS-COMPANHIA DE ELECTRICIDADE, S. A. R. L.

LISBOA-1: AV. ALMIRANTE REIS, 65 — TEL. 53 69 21 • PORTO: R. DAS CARMELITAS, 26-2.º — TEL. 2 89 43